٥٤-٧٠

الإحصاء النفسى

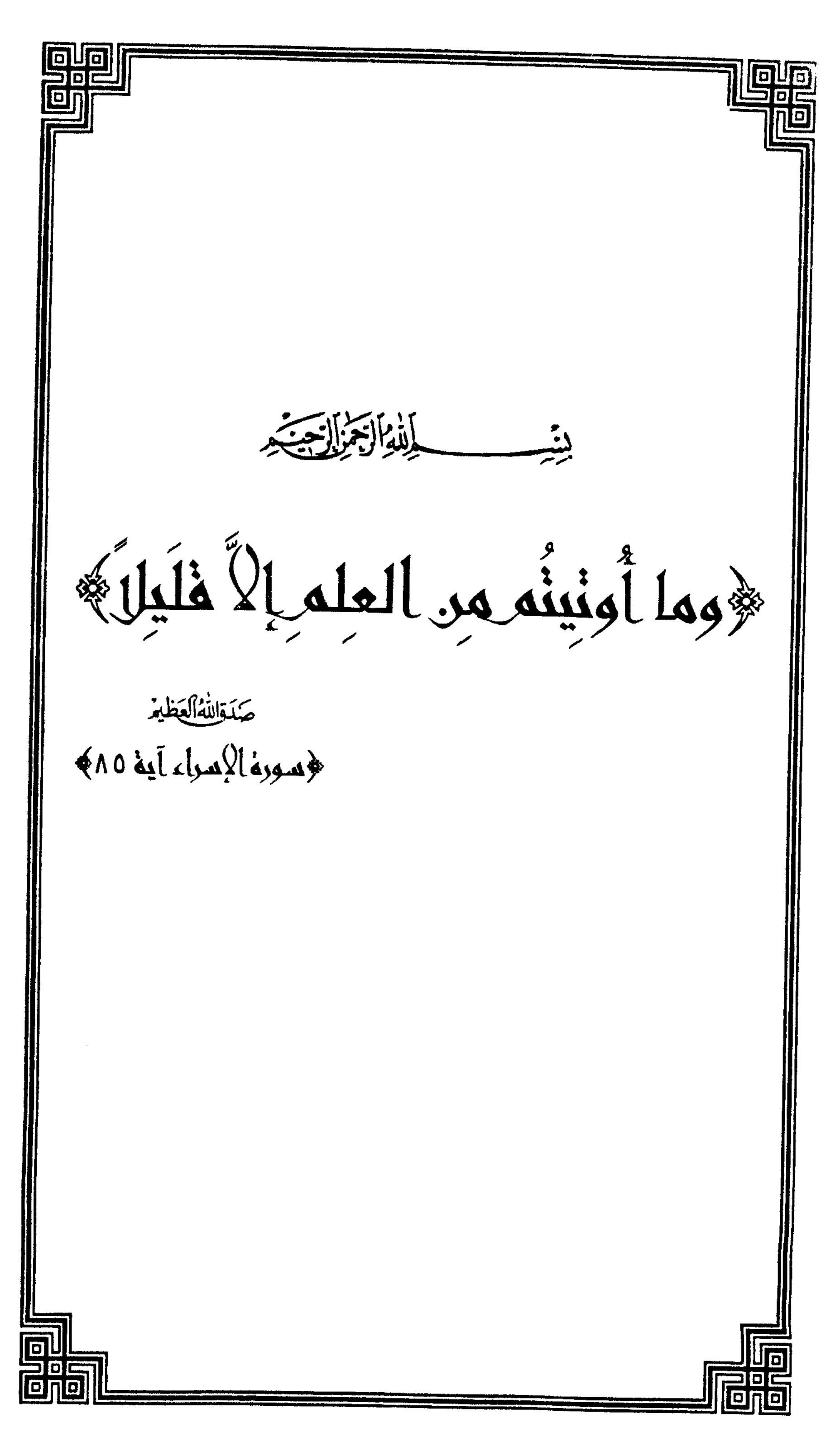
الأستاذ الدكتور

محمود عبد الحليم منسى

أستاذ الإحصاء والقياس النفسى

كلية التربية - جامعة الاسكندرية




بسم الله الرحمن الرحيم
﴿وما أوتيتم من العلم إلا قليلاً﴾
صدق الله العظيم
﴿سورة الإسراء آية ٨٥﴾



الفَصْـــل الأولُ

أهمية الاحصَاء الـوصفىِ
فى البحوث النفسْيةَ وَالتربويـة

أهمية دراسة الاحصاء الوصفي

حيث أن معظم البحوث والدراسات النفسية والتربوية تقوم على أساس دراسة العلاقات المتبادلة بين عدد من المتغيرات أو المقارنة بينها في مجموعات مختلفة من الأفراد، فإن علم الإحصاء هو العلم التي يستطيع أن يمد الباحث بالأساليب الإحصائية المناسبة لتحليل البيانات الخاصة بالبحوث والدراسسات التي يقوم بإجرائها، ومن ثم يمكن القول بأن هناك صلة وثيقة بين الاحصاء والبحوث في العلوم الانسانية بعامة والبحوث النفسية والتربوية بخاصة وتتضح أهمية الاحصاء في البحوث النفسية والتربوية من خلال مراحل البحث المختلفة.

فعندما نكون بصدد وضع إطار عام أو خطة لبحث ما فإن على الباحث أن يكون على دارية بأسلوب العمل الإحصائي المناسب من حيث تحديد واختيار أداة علمية دقيقة من أدوات البحث العلمي لدراسه الظواهر النفسية والتربوية المختلفة، وقد يتبع الباحث الخطوات التالية أثناء دراسته لأحد الظواهر:

(١) تحديد المشكلة موضوع الدراسة

إن الدراسة الموضوعية لأي ظاهرة هي أحد أهداف البحث العلمي، وكي تتم دراسة الظواهر المختلفة بطريقة موضوعية ينبغي أن تكون دراستها شاملة لكل جوانب الظاهرة بحيث تبدأ من منطلق مدروس لمشكلة محددة من حيث الأبعاد والعمق. وينبغي على الباحث مراعاة ما يلي عند تحديده لمشكلة البحث:

أ - موضوعية البحث وإمكانية تنفيذه عملياً.
ب - وضوح الرؤية لكل جوانب المشكلة (متغيراتها والعوامل المحددة لها).
ج - إمكانية الحصول على المعلومات المطلوبة لتنفيذ البحث.
د - احتواء البحث على عنصر التجديد والابتكار.
هـ - قابلية الحقائق الموجودة في الظاهرة موضوع البحث للقياس.
و - توفر الامكانات الكافية للانفاق على البحث
ز - توفر الوقت الكافي لدراسة المشكله

(٢) مرحلة جمع البيانات

وهده المرحلة تعد من مراحل الهامه التى لايمكن تجاهلها، فتوفر البيانات الدقيقة والسليمة عن الظواهر والمتغيرات موضع البحث يزيد من درجة الدقة فى النتائج المستخلصة ويساعد على اتخاذ قرارات موضوعية. وبصفة عامة تتعدد وتنوع مصادر جمع البيانات لأنها تتوقف على طبيعة البحث ونوعه وإمكاناته ومن هده المصادر ما يلى

أ - المصدر غير المباشر للحصول على البيانات

هدا النوع من المصادر يوفر للباحث البيانات جاهزة ومبوبة، دون ان يبذل فى ذلك مجهوداً عن طريق المصادر الثانوية مثل النشرات والدوريات العلمية.

ب - المصدر المباشر للحصول على البيانات .

فى هذا النوع من المصادر يعتمد الباحث عند الحصول على البيانات الخاصة بموضوع بحثه على المصادر الأولية لهذه البيانات ويقوم بإعدادها وتجهيزها بطريقة مباشرة ودون الاعتماد على ما نشر من بيانات قبل ذلك أو البيانات التى لم تقم أى جهة أخرى بتحليلها.

(٣) مرحلة تصنيف البيانات وتبويبها :

وفى هذه المرحلة من مراحل العمل الاحصائى فى البحث، يقوم الباحث بتلخيص البيانات فى جداول أو رسوم بيانية، ثم تصنيفها حسب أهداف البحث ويستخدم الباحث فى سبيل ذلك عدة طرق إحصائية كالترتيب أو الوصف الإحصائى.

(٤) مرحلة تحليل البيانات إحصائياً :

يحاول الباحث فى هده المرحلة أن يحلل البيانات التى حصل عليها من الخطوة السابقة وباستخدام الأسلوب الإحصائى المناسب، ثم يقدم تفسيراً لما حصل عليه من نتائج، ولابد أن يقدم الباحث أسباباً قوية لقبول أو رفض أى فرض من فروض البحث، ويمكن أن يكون التفسير قائماً على أساس حدود الدراسة مثل عينة الأفراد الدين أجريت عليهم الدراسة والأدوات المستخدمة فى جمع البيانات

يعد اختيارعينة البحث من أصعب الأمور التى يقوم بها الباحث فى العلوم الإنسانية والسلوكية والإجتماعية بعامة وفى العلوم النفسية والتربوية بخاصة، وذلك لأنه لكى تمثل العينة خصائص المجتمع فإنه ينبغى تحديد حجم مناسب لهذه العينة بالنسبة للمجتمع الأصلى المراد دراسة خصائصه. ولا توجد قواعد ثابتة لتحديد حجم العينة فى كل البحوث، لأن حجم العينة ينوقف على طبيعة المجتمع الأصلى وعلى نوع البيانات. وعينة البحث فى أى دراسة تتكون من مجموعة من الأفراد الذين يقع عليهم الاختيار لكى يمثلوا خصائص المجتمع تمثيلاً تاماً. وفيما يلى حطوات اختيار أفراد العينة فى البحث النفسى والتربوى.

خطوات اختيار عينة البحث :

(١) تحديد المجتمع الأصلى :

فى هذه الخطوة ينبغى على الباحث أن يتعرف بدقة على الأفراد الذين يكونون هذا المجتمع وعلى أهم خصائصهم.

(٢) عمل قائمة بأسماء أفراد مجتمع البحث الأصلى :

قد يحصل الباحث على قائمة بأسماء أفراد مجتمع بحثه الأصلى جاهزة أو معدة من قبل، وقد يعد هذه القائمة بنفسه إذا لم تكن معدة من قبل. وينبغى على الباحث التأكد من أن هذه القائمة تشتمل على جميع أفراد المجتمع الأصلى.

(٣) اختيار بعض الأفراد من القائمة :

يتم إختيار بعض الأفراد من القائمة بحيث يمثلوا المجتمع الأصلى كله من حيث الخصائص المطلوب دراستها بقدر الإمكان.

(٤) ينبغى أن يكون حجم العينة المختارة مناسباً وكافياً ويتحدد حجم العينة بعوامل ثلاثة هى:

أ - طبيعة المجتمع الأصلى.

ب – مدى تعميم نتائج البحث.

ج – درجة الدقة المطلوبة.

طرق اختيار عينات ممثلة للمجتمعات الأصلية:

(١) العينة العشوائية :

لاختيار عينة عشوائية ممثلة للمجتمع الأصلي، ينبغي أن يوفر الباحث الشروط التي تضمن أن يكون لكل فرد من أفراد المجتمع الأصلي فرصة متساوية لأن يكون ضمن العينة.

وقد تستخدم في هذه الطريقة وسائل آلية تساعد على منع الباحث من التحيز في اختيار أفراد العينة، كما قد تستخدم جداول احصائية للأعداد العشوائية، ويتلخص استخدامها في أن يعطي الباحث لأفراد المجتمع الأصلي أرقاماً مسلسلة ثم يبدأ من أي نقطة في جدول الأعداد العشوائية ويقرأ الأعداد بالترتيب في أي إتجاه (أفقياً أو رأسياً أو قطرياً). وحيثما يقرأ عدداً يتفق مع الرقم على بطاقة فرد من الأفراد، فإن البحث يختار هذا الفرد في العينة، ويستمر الباحث في القراءة حتى يحصل على العدد المطلوب للعينة.

ويمكن تقسيم هذا النوع من العينات إلى الأنواع الفرعية التالية:

أ – العينة العشوائية البسيطة :

ويتم اختيار أفراد هذا النوع من العينات بطريقة القرعة، وفي هذه الطريقة تكتب أسماء جميع أفراد المجتمع الأصلي في بطاقات صغيرة. ثم تطبق هذه البطاقات بحيث تختفي الأسماء ثم تخلط هذه البطاقات بعد تطبيقها جيداً في إناء ثم نختاربالصدفة عدد الأفراد الذي نحدده للعينة.

ب – العينة العشوائية المنتظمة :

في هذه الحالة يقسم المجتمع الأصلي إلى مجموعات متساوية في العدد، ويتم إختيار مفردات كل مجموعة لها نفس الترتيب العشوائي. فمثلاً إذا كان

عدد كل مجموعة عشرة أفراد وتم إختيار الفرد ورقم ٥ عشوائياً فتكون مفردات العينة العشوائية المنتظمة هى ٥، ١٥، ٢٥، ٣٥، ٤٥، .... وهكذا.

ج – العينة الطبقية :

لاختيار عينة طبقية يتبع الباحث ما يلى:

- يقسم المجتمع الأصلى إلى صفاته الرئيسية المتصلة بهدف التجربة أو هدف البحث.
- تحدد نسبة عدد أفراد كل قسم إلى المجموع الكلى للأفراد.
- تختار العينة العشوائية الممثلة لتلك الأقسام بما يتناسب وحجمها وأهميتها.
- تجمع العينات العشوائية فى مجموعة واحدة هى العينة العشوائية الطبقية.

د – العينة العشوائية المساحية :

وهى عينة تمثل المجتمع الأصلى من حيث التوزيع الجغرافى للأفراد، فمثلاً إذا أردنا اختيار عينة من الأطفال الذين تتراوح أعمارهم فيما بين ٦ ، ١٢ سنة من أطفال المدارس الابتدائية بالمملكة العربية السعودية، فإننا نقسم المملكة إلى مناطق ثم نقسم كل منطقة إلى أقاليم ثم نقسم كل أقليم إلى أحياء سكنية وهكذا إلى أن نتوقف عند مرحلة معينة. ويتم اختيار الأفراد عشوائيا من الوحدات التى تكونت بطريقة عشوائية.

هذا وتوجد أنواع أخرى من العينات غير العشوائية التى يتدخل فيها حكم الباحث منها ما يلى:

أ – العينة الحصصية :

وهذا النوع من العينات مماثل للعينة الطبقية فيما عدا طريقة اختيار الأفراد من كل طبقة، ففى العينة الطبقية يكون الاختيار عشوائياً، أما فى العينة الحصصية فيكون الاختيار انتقائياً حسب امكانية الباحث فى الحصول على أفراد لهذه العينة بشرط أن يحصل على الحصة المطلوبة من كل طبقة أو فئة.

ب - العينة العمدية :

فى هذه الطريقة يعتمد الباحث على خبرته فى أن يختار بطريقة مقصودة مجموعة أفراد معينين نظراً لأن الدراسات السابقة قد أشارت إلى أن هذه المجموعة من الأفراد تمثل فى خصائصها خصائص المجتمع الأصلى.

وهذه الطريقة نادرة الاستخدام فى العلوم السلوكية والإنسانية نظراً لعدم وجود منطقة محددة بها أفراد ذوى خصائص ومميزات مجتمع أصلى بعينة ويمكن أن تمثله تمثلاً تاماً.

ج - العينة العرضية :

إذا كان الباحث لا يستطيع اختيار أفراد عينة بحثه بأى من الطرق السابقة فإنه يختار أى مجموعة من الأفراد بطريقة عرضية، أى يحتار مجموعة من الأفراد المتاحين وقت إجراء البحث، ولكن فى هذه الحالة لا يستطيع الباحث أن يعمم نتائج بحثه لأن هذه العينة لا تمثل إلا مجموعة الأفراد المكونة منهم.

المتغيرات فى البحث النفسى والتربوى

يمكن تعريف المتغيرات فى البحوث المختلفة على أنها مجموعه من المثيرات والاستجابات التى تتفاعل فيما بينها لتخلق نوعاً من العلاقات التى يريد الباحث أن يختبرها ويتحقق منها، ومن المعلوم أن خصائص الأفراد تختلف من فرد لآخر داخل المجتمع الأصلى، ويطلق على هذه الخصائص اسم المتغيرات. والمتغير هو تلك الخاصية القابلة للتغير من فرد لآخر فى المجتمع ومن أمثلة ذلك: الوزن، الطول، الدخل، الجنس، مستوى التعليم، المهنة، العمر، ...

وقبل التعرض لوصف المتغيرات وأنواعها المختلفة يوضح الكاتب معنى الثوابت.

الثوابت :

هى متغيرات يقوم الباحث بتثبيتها ولايسمح لها بالتغير، أو هى متغيرات ليس

لها إلا قيمة واحدة طبيعتها

أنواع المتغيرات:

تصنف متغيرات البحث إلى عدة أنواع ولكن هناك نوعين أساسيين من المتغيرات هما:

(١) المتغيرات النوعية Qualitative Variables

وهى متغيرات وصفية أو متغيرات تصنيفية، أى أن كل فرد ينضم لمجموعة معينة أو إلى فئة معينة حسب امتلاكه لصفة معينة، ومن أمثلة هذا النوع من المتغيرات، المستوى الاجتماعى الثقافى، المستوى الاقتصادى، الجنس، الفرقة الدراسية، لون بشرة الوجه، ومكان الإقامة. وأبسط هذا النوع من المتغيرات هو المتغير ثنائى القيمة مثل الجنس (ذكر/ أنثى)، والتصنيف هنا يتم على أساس امتلاك الفرد للخاصية أو عدم امتلاكه لها وبذلك ينقسم أفراد المجتمع إلى قسمين فقط (ذكور وإناث).

(٢) المتغيرات الكمية Quantitative Variables

وهذا النوع من المتغيرات يقاس بمقداره مثل الوزن والعمر والدرجات التحصيلية للأفراد ودرجات حرارة الجو فى أيام الأسبوع المختلفة، وقيمة استهلاك التيار الكهربى فى شهور السنة المختلفة. أو إيراد قناة السويس أيام الأسبوع المختلفة، أو أطوال وتلاميذ أحد المدارس الابتدائية. ونلاحظ وجود اختلاف بين متغيرات هذا النوع ويشتمل هذا النوع من المتغيرات على نوعين فرعيين هما:

أ - المتغيرات المتصلة Continous Variables

وهى متغيرات يمكن أن تأخذ أى قيمة عددية فى مدى معين مثل الدخل والوزن وقيمة استهلاك التيار الكهربى فى شهور السنة المختلفة، وفى هذا النوع من المتغيرات يمكن أن يكون قياسها بدرجة اختيارية من الدقة، فمثلاً يمكن

قياس العمر لأقرب سنة أو لأقرب شهر أو لأقرب أسبوع. وعليه فإن المتغير المتصل يمكن أن يأخذ أى قيمة بين حدى التغير.

ب - المتغيرات المنفصلة Discrete Variables

ويطلق على هذا النوع من المتغيرات عدة أسماء مثل المتغيرات المنقطعة أو المتغيرات الوثابة، وهى متغيرات تأخذ قيماً عددية محددة، مثل عدد طلاب كلية التربية بجامعة الملك عبد العزيز خلال السنوات الخمس الماضية أو عدد خريجى الأقسام المختلفة لكلية الآداب بجامعة الملك عبد العزيز خلال العشر سنوات الماضية. مثل هذه المتغيرات تسمى بالمتغيرات المنفصلة نظراً لعدم وجود قيم كسرية للمتغير ويمكن تصنيف المتغيرات المستخدمة فى البحوث النفسية والتربوية بخاصة والبحوث فى المجالات الانسانية والاجتماعية بعامة الى خمس أنواع هى كما يلى:

١ - المتغير المستقل Independent Variable

ويطلق على هذا النوع من المتغيرات اسم العوامل المثيرة، وهو المتغير الذى يعتبره الباحث المؤثر الأساسى فى الظاهرة أو السلوك الذى يلاحظة أو يدرسه ويسمى هذا المتغير بالمتغير التجريبى Experimental Variable لأن الباحث يخصصه للتجريب عن طريق تغييره لمعرفة تأثيره.

٢ - المتغيرالتابع Dependent Variable

ويسمى هذا النوع من المتغيرات بمتغير الاستجابةResponse Variable، وهو ما ينتج من أثر للمتغير المستقل، أى أن قيمة هذا المتغير تتأثر بتغير قيمة المتغير المستقل. ويوجد نوعان من العلاقة بين المتغير المستقل والمتغير التابع هما:

أ - علاقة منقطعة Discrete Relation

وتتمثل فى فحص وجود أو عدم وجود تأثير للمتغير المستقل على المتغير التابع.

ب – علاقة مستمرة Continuous Relation

وتتمثل فى فحص مدى استمرار تأثير المتغير المستقل على المتغير التابع ودرجات هذا التأثير

٣ – المتغير الوسيط Moderator Variable

يعتبر هذا المتغير من المتغيرات المستقلة من الدرجة الثانية، بمعنى أن الباحث يقوم بتغير هذا المتغير لمعرفة تأثيره على العلاقة بين المتغير المستقل والمتغيرالتابع. أى دراسة ما إذا كان هذا المتغير يزيد أو ينقص من أثر المتغير المستقل فى المتغير التابع.

٤ – المتغير المثبت Control Variable

وهو المتغير الذى يقوم الباحث بتحديده وإلغاء أثره على المتغير المستقل، وذلك حتى يتمكن الباحث من دراسة أثر المتغيرات الوسيطة.

طريقة تثبيت المتغيرات المستقلة

أ – إهمال أثره نهائياً وإلغائه.
ب – مساواته فى كل المجموعات التجريبية (أى أن يكون موجوداً بنفس الدرجة لدى جميع أفراد العينة).
ج – العشوائية فى اختيار العينة

٥– المتغير المتداخل Intervening Variable

وهو المتغير الذى يؤثر فى الظاهرة التى يدرسها الباحث ولكنه لايتمكن من ملاحظته أو قياسه، بينما نستدل على أثره من خلال تأثيره فى المتغير التابع عن طريق تأثيره فى كل من المتغيرات المستقلة والوسيطة. ويختلف هذا النوع من المتغيرات عن كل المتغيرات السابقة فيما يلى:

أ – المتغير المتداخل هو متغير فكرىConceptual Variable بينما بقية المتغيرات إجرائية Operational
ب – المتغيرات المتداخلة لايمكن ملاحظتها وتحديد تأثيرها المباشر ولا يمكن قياسها وإنما يستدل عليها

ج – أثر المتغيرات المتداخلة على المتغيرات المستقلة يعتبر تأثيرا غير مباشرا وتعتبر المتغيرات المستقلة بمثابة مدخلات Inputs والمتغيرات التابعة بمثابة مخرجات Outputs أما المتغير المتغيرات المتداخلة فتقع بين المدخلات والمخرجات.

الفصل الثانى

التوزيعات التكراريـة

Frequency Distribution



يهدف التوزيع التكرارى إلى تبسيط العمليات الإحصائية، وذلك بعرض البيانات فى صورة ميسرة ومناسبة. كما يهدف عمل التوزيعات التكرارية للبيانات أيضاً إلى صياغتها صياغة عملية تبين أهم المميزات الرئيسية لهذه البيانات.

العلامـــات التكـراريـة

يرمز لتكرار أى درجة مرة واحدة بالرمز(/)، ويرمز للتكرار مرتين بالرمز (//)، كما يرمز للتكرار ثلاثة مرات بالرمز (///) ونستمر فى هذه العملية حتى نصل إلى الرمز (////) لتوضيح التكرارات لخمس مرات ويطلق على هذا الرمز الأخير اسم الحزمة.

مثـــال (٢-١):

الدرجات التالية تمثل درجات ٥٠ طالب فى امتحان مقرر علم النفس التربوى:

٥	٦	٦	٢	٦	٧	٦	٥	٥	٦
٥	٧	٨	٥	٧	٦	٦	٧	٧	٧
٥	٣	٦	٧	٧	٦	٨	٤	٧	٦
٤	٥	٧	٧	٧	٩	٥	٦	٦	٦
٩	٥	٨	٦	٦	٥	٦	٣	٦	٥

جدول (٢-١) يوضح طريقة حساب التكرارت من العلامات التكرارية

الدرجة	العلامات التكرارية	التكرار
٢	/	١
٣	//	٢
٤	//	٢
٥	/ |||| ||||	١١
٦	// |||| |||| ||||	١٧
٧	// |||| ||||	١٢
٨	///	٣
٩	//	٢
المجموع		٥٠

الفئـــات التكـــراريـــة

- عندما يزداد تشتت درجات مجموعة من الأفراد فى أحد الاختبارات النفسية أو التحصيلية (اختبار التفكير مثلاً) كأن تكون أقل درجة هى ٥ وأعلى درجة هى ٣٠٠ فإن الجدول التكرارى يصعب تسجيله بصورة واضحة، ففى مثل هذه الحالات يستحسن جمع هذه الدرجات فى فئات تحتويها وترصدها فى صورة موجزة بسيطة.

مثال (٢-٢):

فيما يلى الجدول (٢-٢) يبين توزيع تكرارى بصنف ٥٥ طالباً حسب درجاتهم التحصيلية فى أحد مقررات الإحصاء التربوى. وقد قسمت الدرجات إلى فئات طول كل منها ٥.

جدول (٢-٢) التوزيع التكرارى لدرجات ٥٥ طالباً
فى التحصيل الدراسى للاحصاء

الدرجة	العلامات التكرارية	التكرار
١٨-٢٢	/	٢
٢٣-٢٧	////	٤
٢٨-٣١	𝍸 /	٦
٣٣-٣٧	𝍸 ///	٨
٣٨-٤٢	𝍸 𝍸 //	١٢
٤٣-٤٧	𝍸 //	٧
٤٨-٥٢	𝍸	٥
٥٣-٥٧	𝍸 𝍸 /	١١
المجموع		٥٥

وقد كتبت فئات الدرجات فى الجدول السابق موضحاً فيها الحد الأعلى والحد الأدنى لكل فئة، والفئة مثلاً ١٨-٢٢ تعبر فئة الدرجات من ١٨ إلى ٢٢ وطول هذه الفئة هو ٥ درجات. ويتضح من الجدول أن الفئات الواردة فيه لا تشتمل إلا على الدرجات الصحيحة فقط، وقد تحتوى بعض الفئات فى كثير من الأحيان على كسور، لذلك فإنه يفضل أن تكون الدرجات كما هو موضح بالجدول رقم (٢-٣).

جدول (٢-٣) فئات الدرجات وتكرار كل فئة

الفئة	التكرار
-١٨	٢
-٢٣	٤
-٢٨	٦
-٣٣	٨
-٣٨	١٢
-٤٣	٧
-٤٨	٥
-٥٣	١١
المجموع	٥٥

فالفئة (١٨-) تدل على جميع الدرجات الصحيحة والكسرية ابتداءً من الدرجة ١٨ إلى كل درجة أقل من ٢٣، وتكون الفئة الأعلى منها مباشرة هى (٢٣-) التى تشمل جميع الدرجات أبتدأ من ٢٣ لغاية أقل من ٢٨ والفئة الأعلى مباشرة من هذه الفئة هى (٢٨-) وهكذا.

ويسمى الجدول رقم (٢-٣) بالجدول التكرارى Frequency Table ويطلق عليه اسم التوزيع التكرارى Frequency Distribution وذلك لأنه يدلنا على عدد مرات تكرار فئة من فئات الدرجات فى المجموعة الأصلية المكونة من ٥٥ درجة.

عدد الفئات ومداها :

يرتبط عدد الفئات إرتباطاً وثيقاً بمدى طول كل فئة وحدودها، فعندما يزداد طول الفئة فى أى توزيع تكرارى فإن عدد الفئات يقل تبعاً لذلك والعكس بالعكس. ويستحسن أن يكون عدد فئات الدرجات محصوراً بين ١٠، ٢٠ فئة حتى يكون معقولاً ومناسباً.

حسَاب مَدى الفئة

١- المدى المطلق = الحد الأعلى للفئة - الحد الأدنى للفئة.

٢ - المدى الكلى = المدى المطلق + ١.

ويضاف الواحد الصحيح لأنه بطرح الحد الأدنى من الحد الأعلى للفئة يكون الناتج أقل من عدد الدرجات بواحد.

حساب عدد فئات الدرجات:

يستخرج عدد فئات الدرجات باتباع الخطوات التالية:

١ - نبحث عن أكبر درجة وعن أصغر درجة.

٢ - نحسب المدى الكلى للدرجات كما يلى:

المدى الكلى = أكبر درجة - أصغر درجة + ١

٣ - نقسم المدى الكلى على عدد مناسب من الفئات بحيث يتراوح بين ١٠ و ٢٠ فئة.

٤ - نحدد طول الفئة من المعادلة التالية:

$$\text{طول الفئة} = \frac{\text{المدى الكلى}}{\text{عدد الفئات}}$$

التوزيع التكرارى النسبى

فى بعض الأحيان لايكون عدد الأفراد هو المهم ولكن النسبة المئوية لعددهم هى الأهم كما فى حالة الاقتراع فى الانتخابات النيابية. ويمكن عمل التوزيع التكرارى النسبى من التوزيع التكرارى العادى وذلك بحساب احتمال التكرار وهو يساوى

$$\frac{\text{التكرار}}{\text{عدد الدرجات}}$$

لكل فئة ثم نحسب النسبة المئوية لتكرارات كل فئة وتساوى حاصل ضرب احتمال التكرار فى ١٠٠.

مثال (٢-٣):

فيما يلي درجات ٥٠ طالب في اختبار للميول العلمية:

٧٢	٧٠	٧٢	٨٢	٨٤
٦٨	٨٦	٩٦	٦٢	٨٠
٨٢	٨٥	٨٩	٨٧	٦٨
٨٩	٨٨	٨٤	٨٥	٨٧
٨١	٧٠	٧٨	٨٦	٨٦
٦٩	٧٩	٨٨	٦١	٧٠
٧٧	٧٥	٦٨	٨٦	٧٩
٨١	٨٥	٧٨	٨٦	٩٠
٧٧	٧٣	٨٢	٩١	٦٧
٨٣	٨٦	٧٦	٧٨	٨٠

أ - كون جدول توزيع تكرارى بطول فئة قدرة ٣.

ب - كون جدول توزيع تكرارى نسبى للبيانات السابقة.

الحـــــل:

(أ) جدول (٢-٤)

فئات الدرجات والتكرارات

فئات الدرجات	العلامات التكرارية	التكرارات
٦١-	//	٢
٦٤-	.	.
٦٧-	////	٥
٧٠-	////	٥
٧٣-	//	٢
٧٦-	/ ////	٦
٧٩-	/ ////	٦
٨٢-	/ ////	٦
٨٥-	//// ////	١٠
٨٨-	/ ////	٦
٩١-	/	١
٩٤-	/	١
		٥٠

(ب) جدول (٢-٥)

التوزيع التكرارى النسبى

فئات الدرجات	احتمال التكرار	٪ للتكرار
٦١-	٠,٠٤	٤
٦٤-	٠٠	٠
٦٧-	٠,١٠	١٠
٧٠-	٠,١٠	١٠
٧٣-	٠,٠٤	٤
٧٦-	٠,١٢	١٢
٧٩-	٠,١٢	١٢
٨٢-	٠,١٢	١٢
٨٥-	٠,٢٠	٢٠
٨٨-	٠,١٢	١٢
٩١-	٠,٠٢	٢
٩٤-	٠,٠٢	٢

التمثيل البيانى للتوزيعات التكرارية Graphic Representation

قد يصعب على الفرد فهم خواص التوزيع التكرارى من خلال النظر إلى جدول لهذا التوزيع، لذلك فإنه يمكن للباحث أن يحول جدول التوزيع التكرارى إلى رسم بيانى تتضح فيه خواص هذا التوزيع أوضح مما يكون عليه الجدول، ويتم ذلك بأى صورة من الصور التالية:

١ - المدرج التكرارى : Histogram

ويمكن الحصول على المدرج التكرارى بتقسيم المحور الأفقى إلى أقسام

متساوية، بحيث يزيد على هذه الأقسام عن عدد الفئات بواحد على الأقل، ويمثل كل قسم من هذه الأقسام فئة من فئات الدرجات. ويبدأ تقسيم هذا المحور من اليسار بفئة أصغر من أى فئة بالجدول. ثم نقسم المحور الرأسى إلى عدد من الأقسام المتساوية يكون عددها أكبر مباشرة من تكرار أكبر فئة فى التوزيع التكرارى. ثم نقيم على كل قسم من الأقسام الأفقية مستطيلاً ارتفاعه يساوى التكرار فى الفئة التى يمثلها هذا القسم وهكذا نحصل على المدرج التكرارى.

ولرسم المدرج التكرارى ينبغى مراعاة ما يلى:

١ - الشكل البيانى له أحدهما أفقى والآخر رأسى وهذه يطلق عليها غالباً اسم المحاور الكارتيزية أو محور (س) ومحور (ص).

٢ - أنه من الشائع تمثيل فئات الدرجات على المحور الأفقى والتكرارات على المحور الرأسى.

٣ - يستحسن أن يكون المحورين عند نقطة الصفر بالنسبة لكل من المقياسين.

٤ - يكون الرسم البيانى المصغر صعباً فى عمله ويكون أيضاً صعباً فى قراءته. فإذا كان المطلوب قراءة قيم على الرسم البيانى فإن الرسم الأكبر يكون أفضل فى تحقيق هذا الهدف.

٥ - ينبغى اختيار الوحدات المناسبة كأن يكون طول الوحدة على المحور الأفقى ممثلاً لطول الفئة لأو لنصف طول الفئة.

مثـــال (٢-٤) :

مثل التوزيع التكرارى الموضح بالجدول التالى بيانياً:

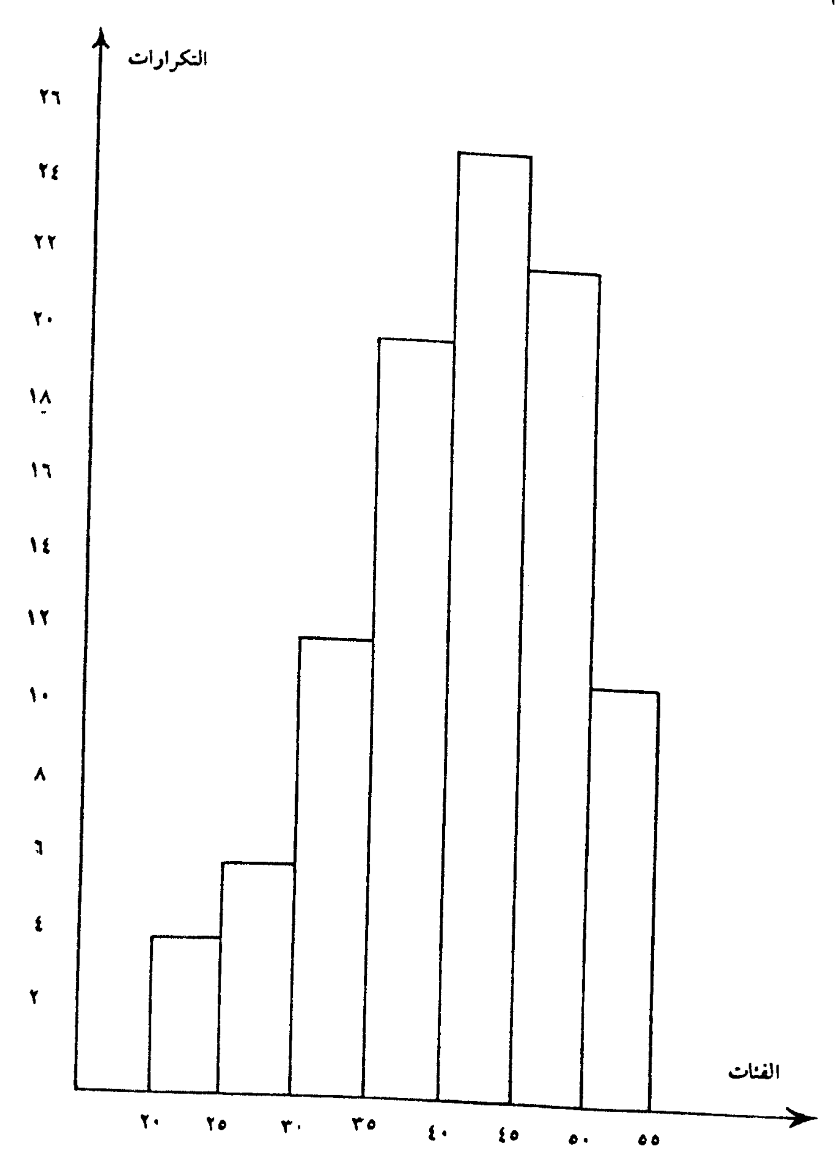
الفئة	٢٠-	٢٥-	٣٠-	٣٥-	٤٠-	٤٥-	٥٠-٥٥
التكرار	٤	٦	١٢	٢٠	٢٥	٢٢	١١

باستخدام المدرج التكرارى:

الحـــــــل

يبين شكل (٢ - ١) المدرج التكرارى للبيانات الواردة فى التوزيع التكرارى المبين فى مثال (٢ - ٤) حيث تم اتباع الخطوات التالية:

١ - مثلت الفئات على المحور الافقى والتكرارت على المحور الرأسى.
٢ - مثلت كل فئة بواحد سنتيمتر وكل تكرار بنصف سنتيمتر.
٣ - تم رسم مستطيلات طول كل منها يساوى تكرار الفئة وعرض يساوى ١ سم كما هو واضح فى شكل (٢ - ١).



شكل (٢-١) المدرج التكرارى للتوزيع التكرارى المبين بالمثال (٢-٤)

٢ - المضلع التكرارى : Polygon

لتمثيل الجدول التكرارى بيانياً باستخدام المضلع التكرارى، نستعمل المحور الأفقى لتمثيل الفئات والمحور الرأسى لتمثيل التكرارت كما فى المدرج التكرارى ونتبع نفس الخطوات التى اتبعت فى رسم المدرج التكرارى إلا أن التمثيل هنا يختلف حيث ينبغى تحديد مراكز الفئات وتوضع نقطة وحولها دائرة عند كل فئة مقابل تكرارها ثم نصل هذه النقاط بخطوط ويستحسن هنا إضافة فئتين أحداهما أقل من أصغر فئة فى التوزيع التكرارى والأخرى أعلى من أكبر فئة فيه. ويكون تكرارهما بالطبع صفراً.

مثـــال (٢-٥):

مثل البيانات الواردة فى الجدول التالى الذى يبين فئات درجات مجموعة مكونة من ١٠٠ طالب فى أحد الاختبارات المدرسية بيانياً باستمرار المضلع التكرارى:

فئات الدرجات	٣٠-	٣٥-	٤٠-	٤٥-	٥٠-	٥٥-	٦٠-	٦٥-	٧٠-	٧٥-٨٠
التكرارات	٥	٤	١١	٨	١١	٢٠	١٢	١٣	١٠	٦

الحـــــل

جدول (٢-٦) فئات الدرجات ومراكز الفئات والتكرارات

فئات الدرجات	مراكز الفئات	التكرارات
-٣٠	٣٢,٥	٥
-٣٥	٣٧,٥	٤
-٤٠	٤٢,٥	١١
-٤٥	٤٧,٥	٨
-٥٠	٥٢,٥	١١
-٥٥	٥٧,٥	٢٠
-٦٠	٦٢,٥	١٢
-٦٥	٦٧,٥	١٣
-٧٠	٧٢,٥	١٠
٧٥-٨٠	٧٧,٥	٦



شكل (٢-٢) المضلع التكرارى لدرجات ١٠٠ طالب فى أحد الاختبارات المدرسية

(٣) المنحنى التكرارى Curve

لتمثيل جدول توزيع تكرارى بيانياً باستخدام المنحنى التكرارى نقسم المحورين الأفقى والرأسى لتمثيل الفئات والتكرارات كما سبق تماماً ثم نرسم خطاً ممهداً ومتصلاً Smooth and Continous بحيث يمر بكل النقاط التى تمثل مراكز الفئات.

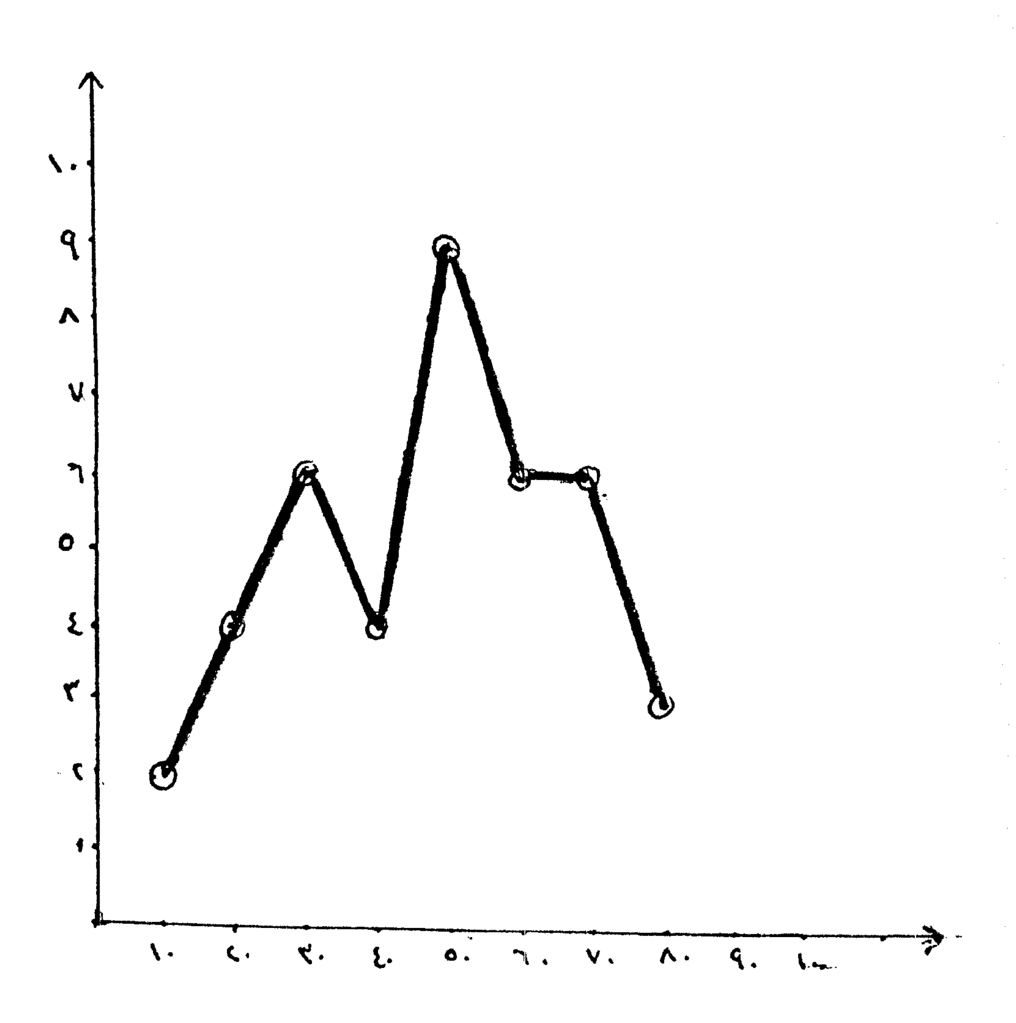
مثال (٢-٦):

مثل التوزيع التكرارى لدرجات ٥٠ تلميذ فى مقرر اللغة العربية بالصف الأول بالمرحلة الثانوية العامة وبيانها كما هو موضح فى الجدول التالى:

فئات الدرجات	١٠-	٢٠-	٣٠-	٤٠-	٥٠-	٦٠-	٧٠-	٨٠-٩٠
التكرارات	٢	٤	٦	٤	٩	٦	٦	٣

الحـــل

نتبع نفس الخطوات المستخدمة فى رسم المضلع التكرارى ولكن لانستخدم المسطرة فى توصيل النقاط ببعضها البعض الآخر وإنما نصل هذه النقاط ببعضها بخط أملس يمر بكل النقاط أو بمعظمها بحيث يكون عدد النقاط أسفل الخط مساوياً لعدد النقاط أعلى الخط فى شكل (٢-٣).



شكل (٢-٣) المنحنى التكرارى لدرجات ٥٠ تلميذ فى مقرر اللغة العربية بالصف الأول الثانوى العام.

التوزيع المتجمَع لفئات الدرجَات

في بعض الأحيان يحتاج الباحث النفسى أو التربوى إلى تحديد نسبة عدد الأفراد الذين تقل درجاتهم أو تزيد عن حد معين وفى هذه الحالة يقوم الباحث بعمل توزيع تكرارى متجمع تصاعدى أو تنازلى حسب حاجته وفيما يلى طريقة عمل التوزيعين التكرارين المتجمعين التصاعدى والتنازلى والتمثيل البيانى لكل منهما:

(١) التوزيع التكرارى المتجمع التصاعدى :

يحسب التكرار المتجمع لفئات الدرجات للتعرف على عدد الذين حصلوا درجات أقل من مستوى معين والمثال رقم (٢-٧) يوضح ذلك. كما يوضح طريقة التمثيل البيانى للتوزيع التصاعدى.

مثال (٢-٧)

حول التوزيع التكرى التالى إلى توزيع متجمع تصاعدى ثم مثله بيانياً بمنحنى تكرارى متجمع تصاعدى.

فئات الدرجات	١٠-	٢٠-	٣٠-	٤٠-	٥٠-	٦٠-	٧٠-	٨٠-	٩٠-١٠٠
التكرارات	٥	٨	٧	١٢	١٣	١٥	٢٠	١٤	٦

الحـــــل

أولاً التوزيع التكرارى المتجمع التصاعدى لفئات الدرجات :

الجدول (٢-٧) يبين طريقة عمل التوزيع التكرارى المتجمع التصاعدى للبيانات الواردة فى الجدول السابق:

جدول (٢-٧) فئات الدرجات والتكرارت - الحدود الدنيا للفئات فأقل - التكرار المتجمع التصاعدى

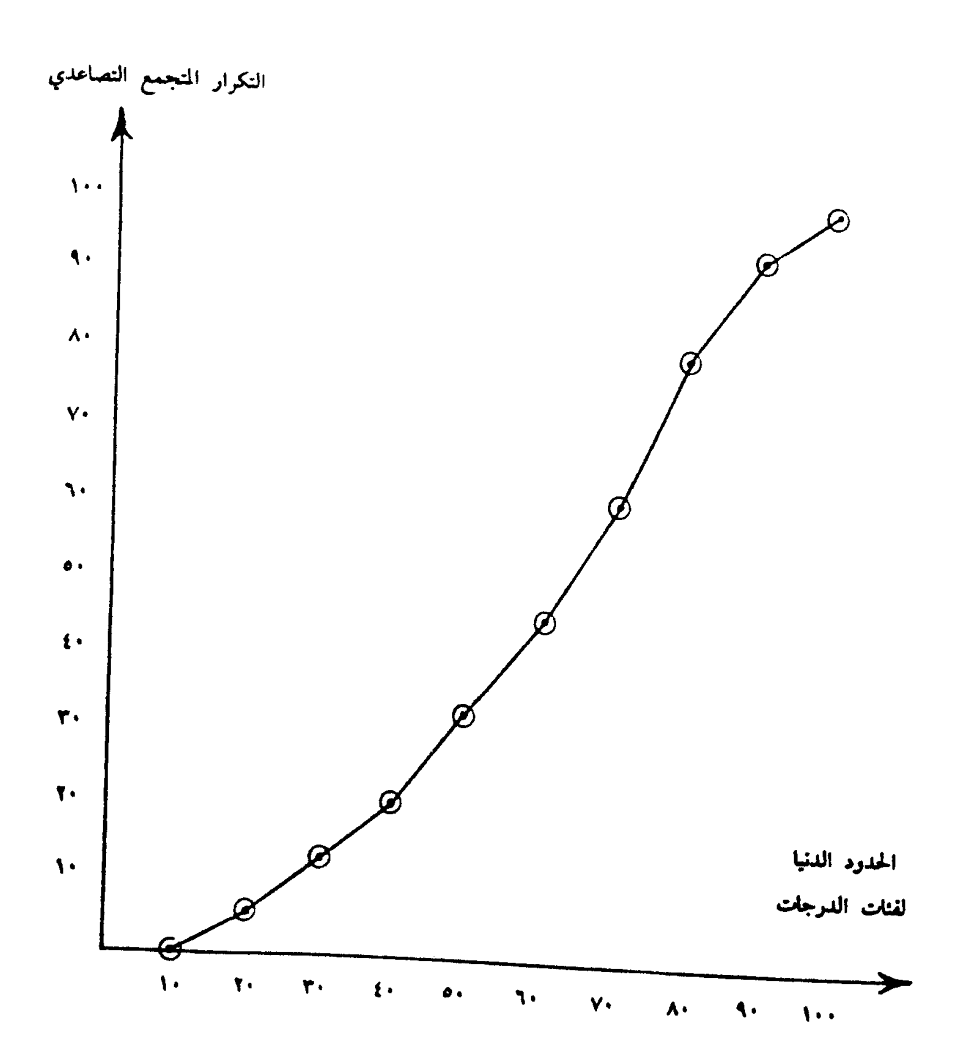
الفئة	التكرار	أقل من الحدود الدنيا للفئات	التكرار المتجمع
١٠-	٥	أقل من ١٠	صفر
٢٠-	٨	أقل من ٢٠	٥
٣٠-	٧	أقل من ٣٠	١٣
٤٠-	١٢	أقل من ٤٠	٢٠
٥٠-	١٣	أقل من ٥٠	٣٢
٦٠-	١٥	أقل من ٦٠	٤٥
٧٠-	٢٠	أقل من ٧٠	٦٠
٨٠-	١٤	أقل من ٨٠	٨٠
٩٠- ١٠٠	٦	أقل من ٩٠	٩٤
		أقل من ١٠٠	١٠٠

فعندما نريد معرفة عدد الأفراد الذين لم يصلوا إلى مستوى الفئة التى تبدأ بالدرجة ٣٠ وتنتهى بالدرجة الأقل من ٤٠ فإنه بالاستعانة بالتكرار المتجمع التصاعدى الموضح فى الجدول رقم (٢-٧) يمكن أن تتعرف على هذا العدد الذى يساوى ١٣ فرداً.

أى أن التكرار المتجمع لأى فئة يدل على مجموع تكرار هذه الفئة وتكرارات الفئات التى تسبقها.

ثانيا المنحنى التكرارى المتجمع التصاعدى لفئات الدرجات :

يمكن تمثيل التوزيع التكرارى المتجمع التصاعدى كما هو موضح فى الشكل رقم (٢-٤) حيث يدل المحور الأفقى على الحدود الدنيا لفئات الدرجات ويدل المحور الرأسى على التكرار المتجمع التصاعدى ونسمى الشكل الناتج من رسم هذا التوزيع بالمنحنى التكرارى المتجمع التصاعدى.



شكل (٢-٤) التوزيع التكرارى المتجمع التصاعدى

(٢) التوزيع التكرارى المتجمع التنازلى :

عندما يراد معرفة عدد الذين حصلوا على درجات أعلى من مستوى معين، فإننا نستخدم التكرار المتجمع التنازلى والمثال (٢-٨) يوضح طريقة حساب التوزيع التكرارى المتجمع التنازلى وتمثيله بيانياً.

مثـــال (٢-٨):

أخذت عينة عشوائية من مائة طالب من طلبة أحد المدارس الثانوية العامة بمدينة الإسكندرية وتم قياس أطوال الطلبة فوجد أن هذه الأطوال موزعة كما فى الجدول التالى:

فئة الطول	١٠٠-	١١٠-	١٢٠-	١٣٠-	١٤٠-	١٥٠-	١٦٠-	١٧٠-١٨٠
عدد الطلبة	٨	١٤	١٨	٢٠	١٥	١٢	١١	٢

والمطلوب تحويل جدول التوزيع التكرارى السابق إلى جدول توزيع تكرارى متجمع تنازلى.

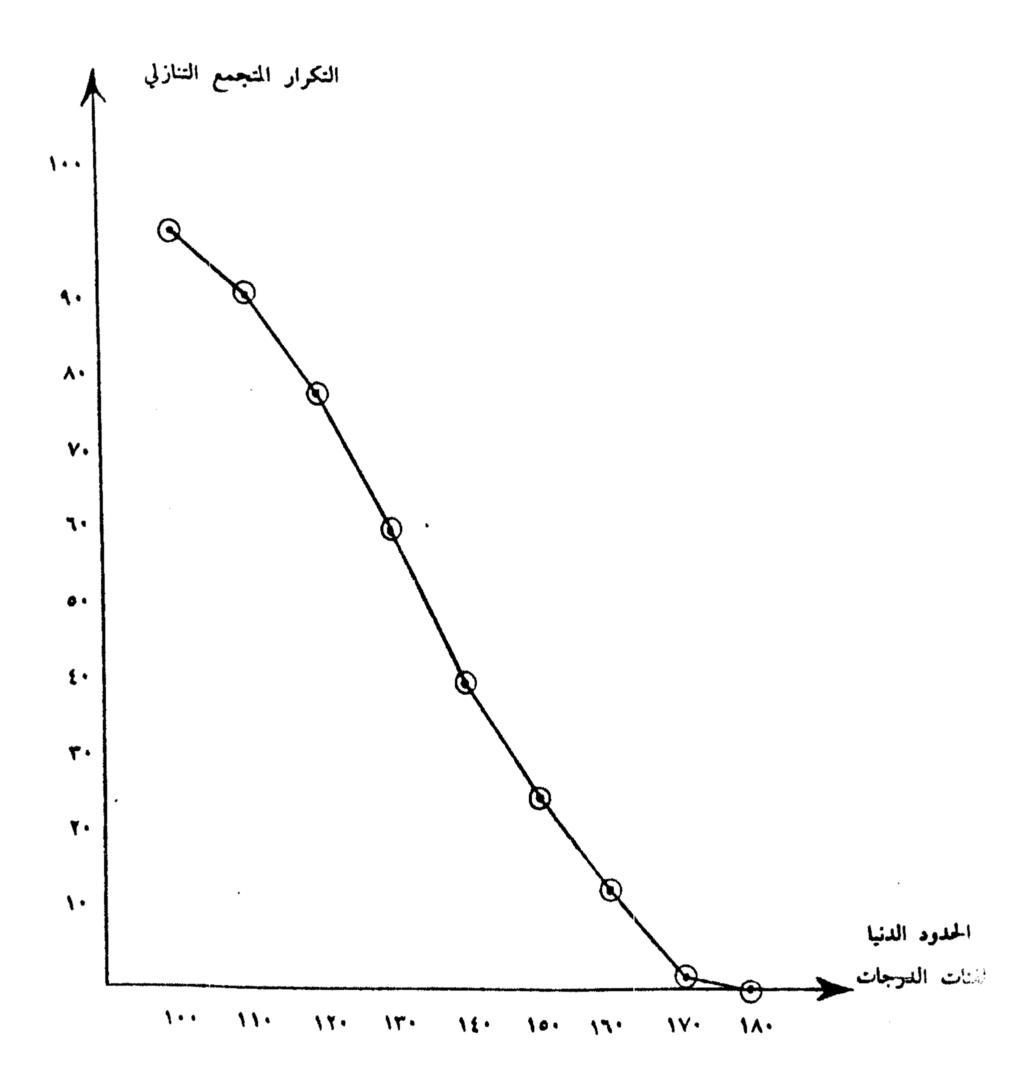
الحـــــل :

يبين جدول (٢-٨) طريقة عمل التوزيع التكرارى المتجمع التنازلى.

جدول (٢-٨) التوزيع التكرارى المتجمع التنازلى لأطوال مائة طالب

فئات الطول بالسم	عدد الطلبة	الحد الأدنى للفئة فأكثر	التكرار المتجمع التنازلى
١٠٠-	٨	١٠٠ فأكثر	١٠٠
١١٠-	١٤	١١٠ فأكثر	٩٢
١٢٠-	١٨	١٢٠ فأكثر	٧٨
١٣٠-	٢٠	١٣٠ فأكثر	٦٠
١٤٠-	١٥	١٤٠ فأكثر	٤٠
١٥٠-	١٢	١٥٠ فأكثر	٢٥
١٦٠-	١١	١٦٠ فأكثر	١٣
١٧٠-	٢	١٧٠ فأكثر	٢
١٨٠-		١٨٠ فأكثر	صفر
المجموع	١٠٠		

ويمكن تمثيل التوزيع التكرارى المتجمع التنازلى لأطوال الطلاب كما هو موضح فى الشكل (٢-٥).



شكل (٢-٥) التوزيع التكرارى المتجمع التنازلى لأطوال عينة الطلاب

تمارين على الفصل الثانى

(٢-١) الدرجات التالية هى درجات ٨٠ طالب من طلاب كلية التربية بالمدينة المنورة فى اختبار تحصيلى من مقرر علم النفس التربوى:

٤٤	٣٨	٣٥	٢٠	٤٠	٣٨	٥٢	٢٩	٣٦	٣٨
٣٨	٤١	٣٨	٤١	٣٥	٤٢	٥٠	٣١	٤٣	٣٠
٣٢	٤٨	٥١	٤٣	٤١	٤٧	٣٢	٣٨	٢٩	٢٣
٤١	٤١	٤٧	٤٨	٤٩	٣٧	٢٦	٣٤	٤٨	٣٥
٣٨	٣٧	٤٤	٤١	٣٣	٣٩	٤٨	٣٨	٢٠	٢٣
٢٩	٢٩	٢٦	٢٩	٣٣	٣٥	٥٠	٤١	٣٨	٢٦
٣٢	٣٥	٢٦	٢٤	٣٨	٣٨	٥٦	٥٦	٤٨	٣٤
٢٦	٤١	٣٢	٣٨	٣٧	٤٤	٤٤	٢٤	٤٧	٢٩

أ - أنشىء جدول التوزيع التكرارى لهذه الدرجات مستخدماً طول الفئة ٣ ومبتدئاً بالفئة (٢٠-٢٢).

ب - أنشىء جدول توزيع تكرارى آخر لنفس الدرجات بطول فئة قدره ٣ ومبتدئاً بالفئة (١٨-٢٠).

هل سيختلف شكل التوزيعين التكراريين؟

هل هما توزيعان متماثلان من حيث الشكل وكيف تفسر اختلاف الفئات التى تغطى الدرجات من ٤٥ إلى ٥٢؟

(٢-٢) حصل ٥٥ طالبا فى اختبار تحصيلى فى مقرر دراسى على الدرجات التالية:

٢٩	٢٥	٣٠	١٧	٣٠	١٩	٣٠	٨	١١	٢٢
٢٧	٨	٢٥	٢٠	٢٣	٢٠	٢٢	١٤	٢٨	
١٦	٢٤	١٨	١٦	٢١	١٦	١٦	٣٣	٢٢	
٣٠	١٧	٣٤	٢٠	١٨	٢٢	١١	١٥	١٩	
٢٣	٢٢	٢٠	١٧	٢٨	٢٣	١٥	٢٠	٢٧	
٢١	٢٠	١٦	١٢	٢٥	١٦	١٨	٢٧	٢٢	

كون الجدول التكرارى لهذه الدرجات إذا كان

أ - طول الفئة = ٣

ب - طول الفئة = ٥

ثم كون الجدول التكرارى النسبى فى كل حالة.

(٢-٣) كون توزيعاً تكرارياً للدرجات التالية جاعلاً طول الفئة ٦:

٣٦	٦٤	٤٦	٦٤	٣٤	١٦	٧٥	٥٤
٤٧	٢٣	٢٣	٣١	٥٣	٨٤	٥٥	٨٨
٣٦	٩٩	٥٣	٥٤	٤٢	٥٥	٣٠	٥٤
٧٦	٥٥	٨٨	٧٨	٥٤	٣٠	٤٠	١١
٤٣	٥٠	٢٠	٨٩	٩٦	٧٥	٨٥	٩٠

ثم مثل هذا التوزيع بيانياً:

أولاً: برسم مدرج تكرارى.

ثانيا: برسم مضلع تكرارى.

ثالثا: برسم منحنى تكرارى.

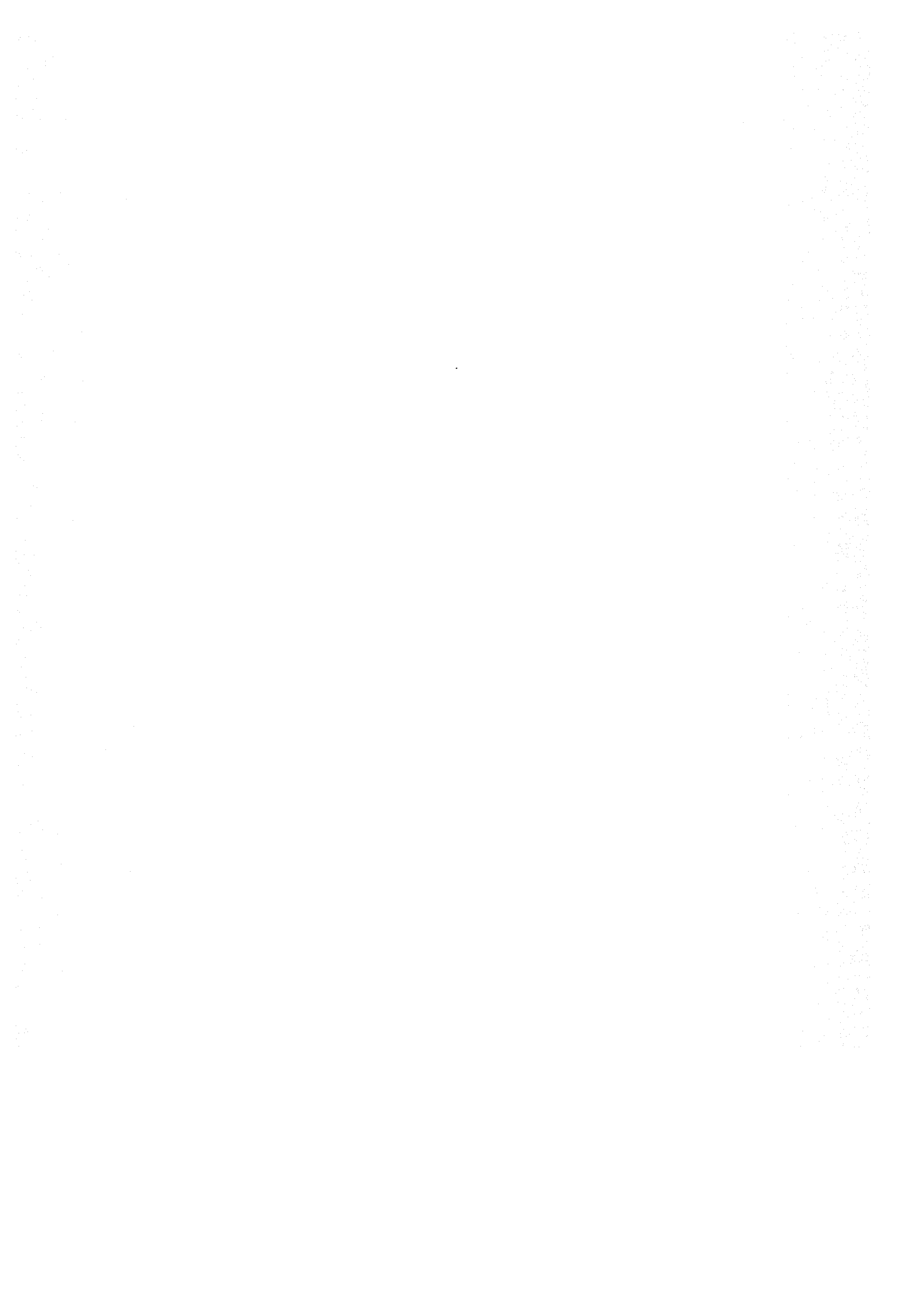
(٢-٤) احسب التكرار المتجمع التصاعدى والتكرار المتجمع التنازلى للتوزيع التكرارى التالى:

فئة الدرجات (ف)	٥-	١٠-	١٥-	٢٠-	٢٥-	٣٠-	٣٥-	٤٠-٤٥
التكرارات (ك)	٩	١٥	١٦	٢٠	٢٠	١٥	١٤	١٠

٥ - قارن بين التوزيعين التكراريين للمجموعتين أ، ب مستخدماً طريقة التمثيل البيانى برسم المنحنى لكل منهما والجدول رقم (٢-٩) بين تكرارى المجموعتين:

جدول (٢-٩) التوزيع التكرارى للمجموعتين أ، ب

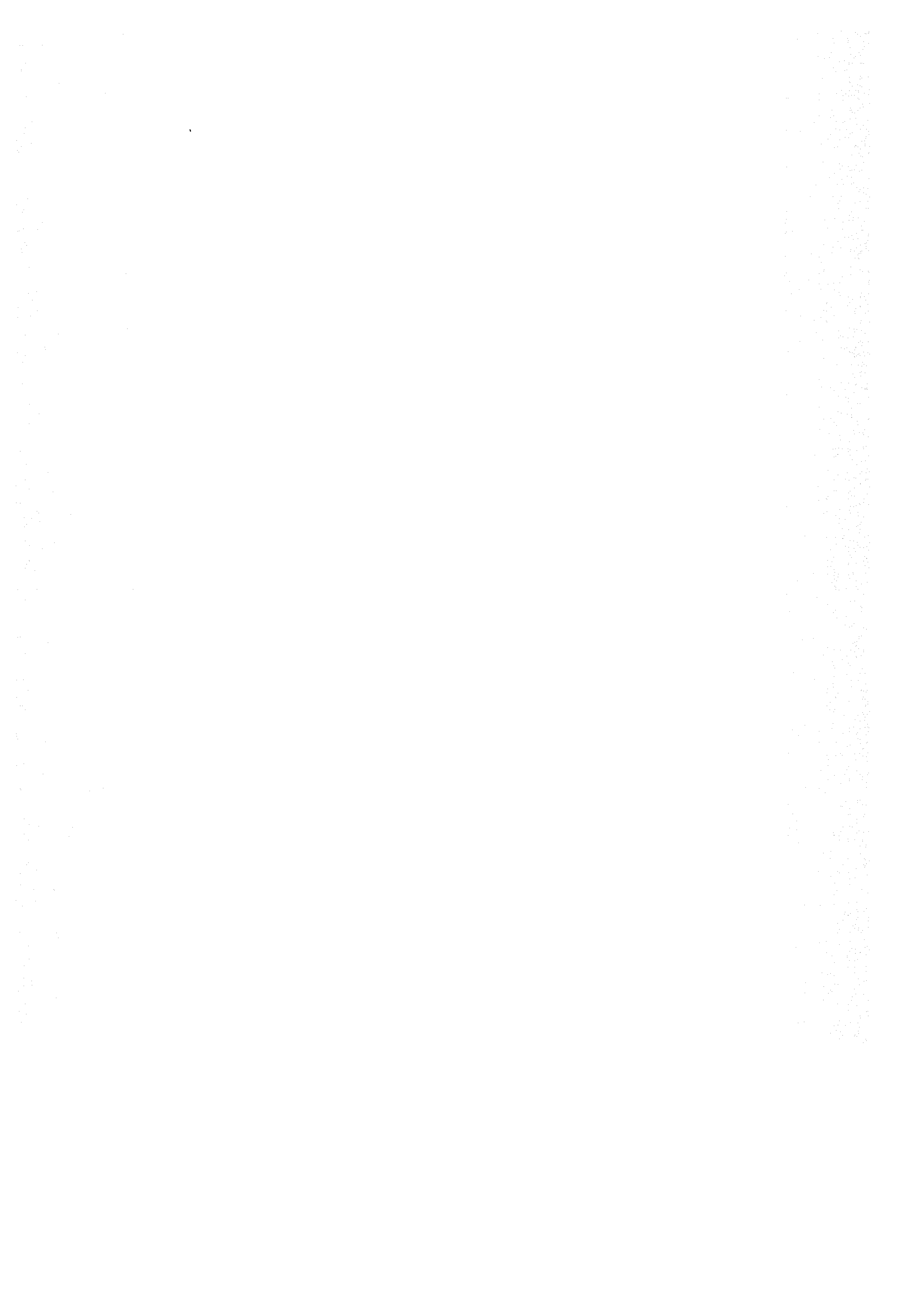
فئات الدرجات	تكرار المجموعة (أ)	تكرار المجموعة (ب)
١٠-	٢٥	١٥
٢٠-	٤٠	٢٥
٣٠-	٥٠	٣٠
٤٠-	٢٠	٢٠
٥٠-	١٥	٢٥
٦٠-	٣٠	٢٠
٧٠-	١٠	٢٥
٨٠-	٢٠	٣٥
٩٠-	٣٥	٤٠
١٠٠-	٦٠	٧٠
١١٠-١٢٠	٥٥	٦٥



الفَصْل الثــالث

مقاييس النزعـة المركزيـــة

Measures of Central Tendency



تميل درجات أى توزيع تكرارى إلى التجمع عند نقطة متوسطة فى المدى الموزع فيه التكرار الكلى ويتناقض عدد المفردات كلما بعدنا عن هذه القيم المتوسطة من الجانبين. وهذا لا يحدث دائماً فى جميع التوزيعات التكرارية ولكنه يحدث فى أغلب الأحيان. هذا التجمع عند نقطة متوسطة هو ما يسمى بالنزعة المركزية، أى نزعة المفردات لاتخاذ قيم متوسطة Average . وتفيد معرفة القيم المتوسطة فى دراسة خصائص التوزيعات التكرارية، وهناك عدة أنواع لهذه القيم أهمها الأنواع الثلاثة التالية:

١ - المتوسط الحسابى Arithmetic Mean

٢ - الوسيط Median

٣ - المنوال Mode

ولكل من الأنواع الثلاثة السابقة للقيم المتوسطة مميزاته وعيوبه سيوضحها المؤلف عند شرح طريقة حساب كل منهما كما يلى:-

(١) المتوسط الحسابى

تستخدم كلمة متوسط حسابى فى الحياة اليومية كثيراً. فتقول مثلاً أن درجات الطالب خالد أعلى من المتوسط عندما نرد على سؤال بشأن تحصيلة الدراسى، أو نقول أن التلميذة رشا تتغيب عن المدرسة شهرياً أقل من متوسط غياب تلميذات مدرستها فى الشهر. وقد يكون مفهومنا عن مصطلح المتوسط مختلفاً عن مفهوم المتخصصين عن هذا المصطلح الشائع الذى كثيراً ما نراه فى بيانات الإحصاء التربوى مثل عدد التلاميذ بالنسبة لكل معلم فى مرحلة ما من مراحل التعليم المختلفة، أو متوسط دخل الفرد بالنسبة للدخل القومى. ويمكن تعريف المتوسط الحسابى لعدة درجات مختلفة لمقياس معين بأنه ناتج

خارج قسمة مجموع هذه الدرجات على عددها.

طرق إيجاد المتوسّط الحسَابى

إذا رمزنا للدرجات بالرمز س فإننا نرمز للمتوسط الحسابى بالرمز سَ وفيما يلى طرق حساب المتوسط:

أ - طريقة حساب المتوسط من الدرجات الخام :

عند حساب متوسط الدرجتين ٨، ١٠ فإننا نجمع هاتين الدرجتين ونقسم الناتج على ٢ فيكون المتوسط هو

$$\frac{٨+١٠}{٢} = ٩$$

وعليه يمكن القول بأن:

$$\text{المتوسط} = \frac{\text{مجموع الدرجات}}{\text{عددها}}$$

$$\text{أى سَ} = \frac{\text{مجـ س}}{\text{ن}}$$

حيث مجـ س هو مجموع الدرجات، ن هى عدد الدرجات

مثال (٣-١)

أوجد المتوسط الحسابى للأعداد التالية:

٨، ١٣، ١٦، ٧، ٦، ٢٥، ٩

الحـــــل

عدد الدرجات (ن) = ٧

$$\bar{س} = \frac{مجـ س}{ن}$$

$$\bar{س} = \frac{٨+١٣+١٦+٧+٦+٢٥+٩}{٧}$$

$$= \frac{٨٤}{٧} = ١٢$$

ب - إيجاد المتوسط الحسابى للبيانات المبوبة :

نلاحظ من مثال (١) أن عملية إيجاد المتوسط الحسابى لعدد قليل من الدرجات هى عملية بسيطة، أما إذا كان عدد الدرجات كبيراً فإننا نضع هذه الدرجات فى صورة توزيع تكرارى، وقد يكون هذا التوزيع بسيطاً أو ذا فئات حسب عدد المفردات وتشتتها. وفيما يلى طرق حساب المتوسط من التكرارات البسيطة ومن التكرارات ذات الفئات:

١ - إيجاد المتوسط الحسابى لتوزيع تكرارى بسيط:

مثال (٣-٢):

أوجد المتوسط الحسابى التكرارى التالى:

الدرجات (س)	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١
التكرارات (ك)	٢	٤	٦	٥	٩	٥	٢

الحــــل

نحدد عدد الدرجات (ن) وهو فى هذه الحالة يساوى مجموع التكرارات (ن = مجـ ك). ثم نوجد حاصل كل درجة فى تكرارها (س×ك) ثم نجمع الناتج (مجـ س ك) ثم نقسم حاصل الجمع على عدد المفردات فنحصل على المتوسط الحسابى.

$$\bar{س} = \frac{\text{مجـ} س_ر \times ك_ر}{\text{مجـ} ك_ر}$$

$$\bar{س} = \frac{٢٤٢}{٣٠} = ٨,٠٧$$

جدول (٣-١) الدرجات والتكرارت وحاصل ضرب س×ك

س	ك	س×ك
٥	٢	١٠
٦	٤	٢٤
٧	٦	٤٢
٨	٥	٤٠
٩	٦	٥٤
١٠	٥	٥٠
١١	٢	٢٢
	٣٠	٢٤٢

٢ - إيجاد المتوسط الحسابى للتوزيع التكرارى ذا الفئات :

إذا كان التوزيع التكرارى ذا فئات فإننا نتبع الخطوات التالية لحساب المتوسط الحسابى:

- نكتب البيانات الإحصائية فى صورة فئات متساوية أو غير متساوية.
- نعين التكرارت التى تحدث فى كل فئة ويرمز لها بالرمز $ك_ر$(التكرار الحادث فى الفئة التى ترتيبها ر).
- نعين مراكز هذه الفئات وليكن $س_ر$ (مركز الفئة التى ترتيبها ر).
- نحسب حاصل ضرب $س_ر \times ك_ر$
- نوجد المتوسط الحسابى ($\bar{س}$) من المعادلة التالية:

$$\bar{س} = \frac{مجـ س_ر \times ك_ر}{مجـ ك_ر}$$

مثال (٣-٣):

احسب المتوسط الحسابى للبيانات الموضحة بالتوزيع التكرارى التالى:

ف	٥-	١٠-	١٥-	٢٠-	٢٥-	٣٠-	٣٥-	٤٠-	٤٥--
ك	١٠	٤	١٢	٢٠	١٠	٨	٢٠	٦	١٠

الحـــل.

جدول (٣-٢) الفئات - التكرارات - مركز الفئات وحاصل ضرب س×ك

ف	ك	س	س×ك
٥-	١٠	٧,٥	٧٥
١٠-	٤	١٢,٥	٥٠
١٥-	١٢	١٧,٥	٢١٠
٢٠-	٢٠	٢٢,٥	٤٥٠
٢٥-	١٠	٢٧,٥	٢٧٥
٣٠-	٨	٣٢,٥	٢٦٠
٣٥-	٢٠	٣٧,٥	٧٥٠
٤٠-	٦	٤٢,٥	٢٥٥
٤٥-٥٠	١٠	٤٧,٥	٤٧٥
	١٠٠		٢٨٠٠

$$\bar{س} = \frac{مجـ س_ر \times ك_ر}{مجـ ك_ر}$$

$$= \frac{٢٨٠٠}{١٠٠} = ٢٨$$

مثال (٣-٤)

احسب المتوسط الحسابى لدرجات التوزيع التكرارى التالى:

ف	٩٠-	٩٥-	١٠٠-	١٠٥-	١١٠-	١١٥-	١٢٠-١٢٥
ك	١٠	١٠	٢٠	١٠	٢٠	٢٠	١٠

الحـــــل

جـــدول (٣-٣) ف، ك، س، س × ك

ف	ك	س	س×ك
٩٠-	١٠	٩٢,٥	٩٢٥
٩٥-	١٠	٩٧,٥	٩٧٥
١٠٠-	٢٠	١٠٢,٥	٢٠٥٠
١٠٥-	١٠	١٠٧,٥	١٠٧٥
١١٠-	٢٠	١١٢,٥	٢٢٥٠
١١٥-	٢٠	١١٧,٥	٢٣٥٠
١٢٠-١٢٥	١٠	١٢٢,٥	١٢٢٥
	١٠٠		١٠٨٥٠

$$\bar{س} = \frac{مجـ س \times ك}{مجـ ك}$$

$$= \frac{١٠٨٥٠}{١٠٠} = ١٠٨,٥$$

مثال (٣-٥):

أوجد المتوسط الحسابى لدرجات التوزيع التكرارى التالى:

ف	-٤٠	-٤٥	-٥٠	-٥٥	-٦٠	-٦٥	-٧٠	-٧٥	-٨٠	-٨٥	-٩٠
ك	٢	٤	٨	٨	١٠	١٢	١٠	٤	٢	٤	٢

الحـــل

جـدول (٣-٤) ف، ك، س، س×ك

ف	ك	س	س×ك
-٤٠	٢	٤٢,٥	٨٥
-٤٥	٤	٤٧,٥	١٩٠
-٥٠	٨	٥٢,٥	٤٢٠
-٥٥	٨	٥٧,٥	٤٦٠
-٦٠	١٠	٦٢,٥	٦٢٥
-٦٥	١٢	٦٧,٥	٨١٠
-٧٠	١٠	٧٢,٥	٧٢٥
-٧٥	٤	٧٧,٥	٣١٠
-٨٠	٢	٨٢,٥	١٦٥
-٨٥	٤	٨٧,٥	٣٥٠
-٩٠	٢	٩٢,٥	١٨٥
	٦٦		٤٣٢٥

$$\therefore \bar{\text{س}} = \frac{\text{مجـ س×ك}}{\text{مجـ ك}}$$

$$\therefore \bar{\text{س}} = \frac{٤٣٢٥}{٦٦} = ٧٠,٠٧$$

ج - إيجاد قيمة المتوسط الحسابى بطريقة الانحرافات:

فى هذه الطريقة نختار متوسطاً فرضياً (أ) ثم نحسب قسمة انحراف الدرجات (ح) عن هذا المتوسط الفرضى أى أن:

$ح_ر = س_ر - أ$

فإذا كان لدينا القيم $س_1$، $س_2$، $س_3$، ...$س_ن$

فإن الانحرافات الناتجة يمكن الرمز لها بالرموز $ح_1$، $ح_2$، $ح_3$ ...، $ح_ن$

مجموع الانحرافات = $ح_1 + ح_2 + ح_3 ... + ح_ن$

$مجـ ح_ر = (س_1 - أ) + (س_2 - أ) .... + (س_ن - أ)$

$= (س_1 + س_2 + س_3 .... + س_ن) - نأ$

$= مجـ س_ن - نأ$

$مجـ س_ن = ن أ + مجـ ح_ن$

$$\bar{س} = أ + \frac{مجـ ح_ن}{ن}$$

$$\text{أى أن المتوسط الحسابى = المتوسط الفرضى} + \frac{\text{مجموع الإنحرافات}}{\text{عدد القيم}}$$

ويمكن إيجاد المتوسط الحسابى بطريقة الانحرافات من الدرجات الخام أو التوزيعات التكرارية البسيطة أو التوزيعات التكرارية ذات الفئات.

١ - حساب المتوسط الحسابى بطريقة الانحرافات من الدرجات الخام:

مثال (٣-٦):

أوجد المتوسط الحسابى للأعداد التالية:

٥، ٦، ٩، ٤، ٨، ٣، ١١، ٩، ١٠، ١٢

الحـــــل

نفرض أن المتوسط الفرضى هـو ٨.

ثم نحسب الانحرفات ونوجد مجموعها كما هو مبيـن بالجـدول التـالى:

جـــدول (٣-٥) الدرجة -ح

س	ح
٥	-٣
٦	-٢
٩	١
٤	-٤
٨	٠
٣	-٥
١١	٣
٩	١
١٠	٢
١٢	٤
المجموع	-٣

∵ $\bar{س} = أ + \frac{مجـ ح}{ن}$

∵ $\bar{س} = ٨ + \frac{-٣}{١٠}$

$= ٨ - ٠,٣ = ٧,٧$

٢- حساب المتوسط الحسابى بطريقة الانحرافات من التوزيعات التكرارية البسيطة:

يمكن إيجاد قيمة المتوسط الحسابى فى هذه الحالة باستخدام المعادلة:

$$\bar{\text{س}} = \text{أ} + \frac{\text{مجـ ح ك}}{\text{مجـ ك}}$$

مثال (٣-٧):

أوجد المتوسط الحسابى للتوزيع التكرارى التالى مستخدماً بطريقة الانحرافات:

س	٣	٦	٧	٨	٩	١٠
ك	٤	٢	١٠	٢	٤	٦

الحـــــل

نفرض أن المتوسط الفرضى هو ٧ ثم نحسب انحرافات الدرجات عن هذا المتوسط الفرضى ونكمل الحل كما هو موضح فى الجدول (٣-٦).

جدول (٣-٦) الدرجات، التكرارت، الانحراف عن المتوسط، ح × ك

س	ك	ح	ح×ك
٥	٤	-٢	-٨
٦	٢	-١	-٢
٧	١٠	٠	٠
٨	٢	١	٢
٩	٤	٢	٨
١٠	٦	٣	١٨
	٢٨		١٨

$$\bar{\text{س}} = ٧ + \frac{١٨}{٢٨}$$

$$= ٧ + ٠,٦٤ = ٧,٦٤$$

٣ - حساب المتوسط الحسابى بطريقة الانحرافات من التوزيعات التكرارية ذات الفئات:

يمكن حساب المتوسط بطريقة الانحراف من فئات الدرجات بتحديد مراكز الفئات (منتصفات الفئات) ونختار مركز الفئة ذات أكبر التكرارات على أنه متوسط فرضى ونكمل الحل كما سبق ويمكن اختيار أى متوسط فرضى آخر كما فى المثال (٣-٨).

مثال (٣-٨):

أوجد المتوسط الحسابى بطريقة الانحرافات للتوزيع التكرارى التالى:

ف	١-	٣-	٥-	٧-	٩-١١
ك	١	٢	٢	١	٥

الحـــــل

اعتبر أن المتوسط الفرضى هو ٦.

جدول (٣-٧) يوضح طريقة حساب المتوسط كما يلى:

جدول (٣-٧) الفئات - التكرارت- مراكز الفئات- ح-ح × ك

الفئات	التكرار ك ر	مراكز الفئات س ر	الانحرافات ح ر	ح ر × ك ر
١-	١	٢	٤-	٤-
٣-	٢	٤	٢-	٨-
٥-	٢	٦	٠	٠
٧-	١	٨	٢	٢
٩-١١	٥	١٠	٤	٢٠
	١١			١٠

$$\bar{\text{س}} = \text{أ} + \frac{\text{مجـ ح ك ر}}{\text{مجـ ك ر}}$$

$$\therefore \bar{\text{س}} = ٦ + \frac{١٠}{١١} = ٦,٩$$

المتوسط الوزنى

إذا كان متوسط مجموعة من الدرجات هو ٧ ومتوسط مجموعة أخرى من الدرجات ٩ فإن متوسط هذين المتوسطين هو:

$$\frac{٧+٩}{٢} = ٨$$

فإذا كان لدينا مجموعة من الدرجات عددها $\text{ن}_١$ ومجموعة أخرى من الدرجات عددها $\text{ن}_٢$ فإن متوسط متوسطى هاتين المجموعتين هو:

$$\frac{\text{ن}_١ \bar{\text{س}}_١ + \text{ن}_٢ \bar{\text{س}}_٢}{\text{ن}_١ + \text{ن}_٢}$$

مثال (٣-١٠)

احسب المتوسط الوزنى للمتوسطات التالية:

$\bar{\text{س}}_١ = ١٢$ ، $\text{ن}_١ = ٥$

$\bar{\text{س}}_٢ = ٢٠$ ، $\text{ن}_٢ = ٨$

$\bar{\text{س}}_٣ = ١٥$ ، $\text{ن}_٢ = ١٥$

$$\text{المتوسط الوزنى (م)} = \frac{\text{ن}_1\text{سَ}_1 + \text{ن}_2\text{سَ}_2 + \text{ن}_3\text{سَ}_3}{\text{ن}_1 + \text{ن}_2 + \text{ن}_3}$$

$$= \frac{١٢\times٥ + ٢٠\times ٨ \times ١٥ \times ١٥}{٥+٨+١٥}$$

$$= \frac{٤٤٥}{٢٨} = ١٥,٨٩$$

خواص المتوسّط الحسَابى

١ – المجموع الجبرى للانحرافات عن المتوسط لمجموعة من الأفراد يساوى صفـر. محـ ح = محـ (س – سَ) = ٠

٢ – لأى مجموعة من الدرجات يكون مجموع مربعات الفرق بيـن الدرجـات ومتوسطها أقل من مجوع مربعات الفروق بين الدرجـات وأى درجـة أخـرى.

٣ – إذا أضيف لكل درجة عـدد ثـابت فـإن المتـوسط يـزداد بقيمـة نفس هـذا العدد الثابت.

$$\frac{\text{محـ(س ±أ)}}{\text{ن}} = \text{سَ ± أ}$$

٤ – إذا ضربت كل درجة فى عدد ثابت فإن قيمـة المتـوسط الحسابى تضرب فى نفس هذا العدد الثـابت.

$$\frac{\text{محـأس}}{\text{ن}} = \text{أسَ}$$

$$\frac{\text{محـس/أ}}{\text{ن}} = \frac{\text{سَ}}{\text{أ}}$$

٥ – يتأثر المتوسط الحسابى بالدرجات المتطرفة وهـذه الخاصيـة تـوضح أهـم عيب من عيوب استخدام المتوسط كمؤشر أو كمقياس للنزعـة المركزيـة، لأن وجود درجات متطرفة تجعل المتوسط يعطينا صورة خاطئة عـن حقيقـة تجمـع

الدرجات.

٦ - يتأثر المتوسط بعدد الدرجات وكلما زاد عدد الدرجات زاد تبعاً لذلك ميل المتوسط الحسابى إلى الاستقرار وقل ميله للتغير.

٧ - مجموع متوسطى مجموعتين = متوسط مجموع درجات المجموعتين.

٨ - الفرق بين متوسطى مجموعتين = متوسط الفرق بين درجات المجموعتين.

(٢) الوسيط Median

الوسيط هو الدرجة التى تتوسط توزيع الدرجات بحيث يسبقها نصف عدد الدرجات ويتلوها النصف الآخر. ويمكن الحصول على الوسيط بأن نرتب درجات المجموعة ترتيباً تنازلياً أو تصاعدياً ثم نأخذ القيمة التى تقع فى المنتصف تماماً إذا كان عدد الدرجات فردياً، أما إذا كان عدد الدرجات زوجياً فإن قيمة الوسيط تساوى المتوسط الحسابى للقيمتين الواقعتين فى الوسط.

وللوسيط ميزتان هما:

١ - أن قيمته لاتتأثر بالقيم المتطرفة كبرى أو صغرى كما هو الحال فى المتوسط الحسابى.

٢ - أنه مقياس للوضع ولايتأثر أساساً بعدد البيانات فى التوزيع التكرارى ولايتأثر بحجم هذه البيانات ولذلك فإن الوسيط يفضل فى قياس الوضع للبيانات الاحصائية غير الكاملة من أحد الطرفين.

طرق حساب الوسيط

أ - حساب الوسيط من الدرجات الخام:

ترتيب الوسيط:

١ - إذا كان عدد الدرجات فردياً فإن:

$$\text{ترتيب الوسيط} = \frac{\text{عدد الدرجات}}{٢} + ١$$

٢ – إذا كان عدد الدرجات زوجياً فإن

$$\text{ترتيب الوسيط الأول} = \frac{\text{عدد الدرجات}}{٢}$$

$$\text{وترتيب الوسيط الثانى} = \frac{\text{عدد الدرجات}}{٢} + ١$$

مثال (٣-٩)

أوجد الوسيط للأعداد الآتية: ٥، ٤، ٣، ٨، ٧

الحـــــل

ترتب الأعداد ترتيباً تنازلياً أو ترتيباً تصاعدياً فإذا تم ترتيبها تصاعدياً فإنه يمكن كتابتها كما يلى:

٣، ٤، ٥، ٧، ٨

∵ عدد الدرجات فردياً

$$\therefore \text{ترتيب الوسيط} = \frac{\text{عدد الدرجات} + ١}{٢}$$

$$= \frac{٥+١}{٢} = ٣$$

∴ قيمة الوسيط = ٥ (وهو العدد الثالث من كلا الطرفين).

مثال (٣-١٠) :

احسب الوسيط للأعداد التالية: ٥، ٨، ١٣، ٦، ٩، ١٢

الحـــــل

نرتب الدرجات تنازلياً كمـا يلى:

١٣، ١٢، ٩، ٨، ٦، ٥

نرتب الوسيـط الأول =

$$\frac{ن}{٢} = \frac{٦}{٢} = ٣$$

∴ قيمة الوسيـط الأول = ٩

ترتيب الوسيط الثـانى =

$$\frac{ن}{٢} + ١ = \frac{٦}{٢} + ١ = ٤$$

∵ قيمة الوسيـط الثـانى = ٨

$$\therefore \text{قيمة الوسيـط} = \frac{٩ + ٨}{٢} = ٨,٥$$

ب - حساب الوسيط للتوزيعات التكراريـة :

١ - حساب الوسيط باستخـدام الـرسم :

يمكن إيجاد قيمة الوسيط من تقاطع المنحنيين المتجمعين التصاعدى والتنازلى من جدول التوزيع التكرارى للبيانات الإحصائية المتصلة بعـد وضعهـا فى صورة جدول توزيع تكرارى ذو فئات متساويـة أو غيـر متساويـة.

مثال (٣-١١): أوجد الوسيط للتوزيع التكـرارى التـالى:

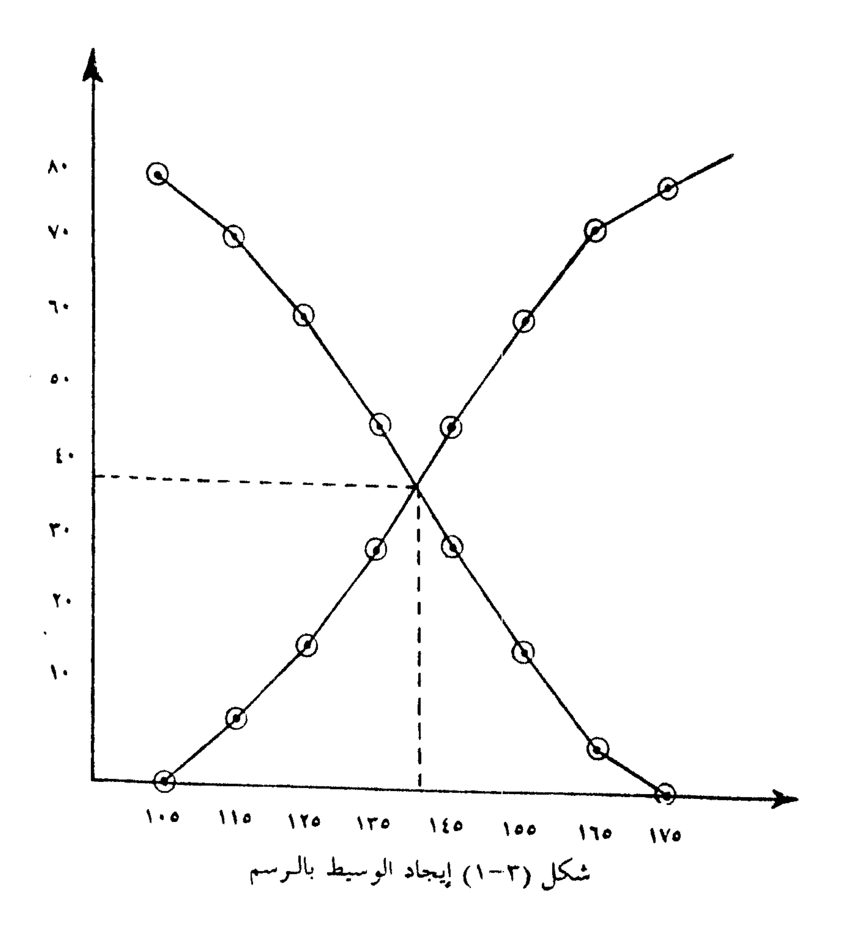
ف	١٠٠-	١١٠-	١٢٠-	١٣٠-	١٤٠-	١٥٠-	١٦٠-١٧٠
ك	٨	١٠	١٤	١٦	١٤	١٢	٦

الحـــل

نحسب كلاً من التوزيعين المتجمعين التصاعدى والتنازلى كما هو موضح في الجدول (٣-٨).

ف	ك	س	أقل من الحد الأدنى للفئة	التكرار المتجمع التصاعدى	الحد الأدنى للفئة فأكثر	التكرار المتجمع التنازلى
١٠٠-	٨	١٠٥	أقل من ١٠٠	صفر	١٠٠فأكثر	٨٠
١١٠-	١٠	١١٥	أقل من ١١٠	٨	١١٠فأكثر	٧٢
١٢٠-	١٤	١٢٥	أقل من ١٢٠	١٨	١٢٠فأكثر	٦٢
١٣٠-	١٦	١٣٥	أقل من ١٣٠	٣٢	١٣٠فأكثر	٤٨
١٤٠-	١٤	١٤٥	أقل من ١٤٠	٤٨	١٤٠فأكثر	٣٢
١٥٠-	١٢	١٥٥	أقل من ١٥٠	٦٢	١٥٠فأكثر	١٨
١٦٠-١٧٠	٦	١٦٥	أقل من ١٦٠	٧٤	١٦٠فأكثر	٦
		١٧٥	أقل من ١٧٠	٨٠	١٨٠فأكثر	صفر
المجموع	٨٠					

ثم نرسم المنحنى المتجمع التصاعدى والمنحنى المتجمع التنازلى كما هو موضح في شكل (٣-١) فتكون نقطة تقاطع المنحنيين هى النقطة المقابلة لرتبة الوسيط على المحور الرأسى ولقيمة الوسيط على المحور الأفقى ويتضح من الشكل (٣-١) أن قيمة الوسيط هى ١٤٠.



شكل (٣-١) إيجاد الوسيط بالرسم

٢ - إيجاد الوسيط من التوزيع التكرارى المتجمع التصاعدى :

لحساب الوسيط من التوزيع التكرارى المتجمع التصاعدى نحسب أولاً ترتيب الوسيط وهو فى حالة الجداول التكرارية للقيم المتصلة (٢/ن) ونحدد الفئة الوسيطية أى الفئة التى يقع فيها الوسيط ثم تطبق المعادلة:

قيمة الوسيط = الحد الأدنى للفئة الوسيطية +

$$\frac{\text{ترتيب الوسيط} - \text{التكرار المتجمع التصاعدى السابق للفئة الوسيطية}}{\text{تكرار الفئة الوسيطية}} \times \text{طول الفئة الوسيطية}$$

مثال (٣-١٢) : احسب الوسيط للتوزيع التكرارى التالى:

ف	٥-	١٠-	١٥-	٢٠-	٢٥-	٣٠-	٣٥-	٤٠-	٤٥-٥٠
ك	١٠	٢٠	١٥	٢٥	٥	١٠	٥	٧	٣

الحـــــل

ترتيب الوسيط = $\frac{\text{مجـ ك}}{٢}$ = $\frac{١٠٠}{٢}$ = ٥٠

جـــدول (٣-٩) ف، ك، التكرار المتجمع التصاعدى

ف	ك	أقل من الحد الأعلى للفئة	التكرار المتجمع التصاعدى
-	-	أقل من ٥	٠
٥-	١٠	أقل من ١٠	١٠
١٠-	٢٠	أقل من ١٥	٣٠
١٥-	١٥	أقل من ٢٠	٤٥
٢٥-	٢٥	أقل من ٢٥	٧٠
٢٥-	٥	أقل من ٣٠	٧٥
٣٠-	١٠	أقل من ٣٥	٨٥
٣٥-	٥	أقل من ٤٠	٩٠
٤٠-	٧	أقل من ٤٥	٩٧
٤٥	٣	أقل من ٥٠	١٠٠
	١٠٠		

قيمة الوسيط = ٢٥ + $\frac{٤٥ - ٥٠}{٢٥} \times ٥$

= ٢٠ + $\frac{٥}{٢٥} \times ٥$ = ٢١

مثال (٣-١٣):

إحسب الوسيط للتوزيع التكرارى التالى:

الحــــل

ف	٩٠-	٩٥-	١٠٠-	١٠٥-	١١٠-	١١٥-	١٢٠-
ك	١٠	١٠	٢٠	١٠	٢٠	٢٠	١٠

$$\text{ترتيب الوسيط} = \frac{١٠٠}{٢٠} = ٥٠$$

جدول (٣-١٠) التوزيع التكرارى المتجمع التصاعدى لفئات الدرجات

ف	ك	التكرار المتجمع التصاعدى
٩٠-	١٠	١٠
٩٥-	١٠	٢٠
١٠٠-	٢٠	٤٠
١٠٥-	١٠	٥٠
١١٠-	٢٠	٧٠
١١٥-	٢٠	٩٠
١٢٠-	١٠	١٠٠
	١٠٠	

$$\text{قيمة الوسيط} = ١٠٥ + \frac{٥٠ - ٤٠}{١٠} \times ٥$$

$$= ١٠٥ + ١ \times ٥ = ١١٠$$

٣ - إيجاد الوسيط من التوزيع التكرارى المتجمع التنازلى لفئات الدرجات:

نحسب ترتيب الوسيط ثم نحول التوزيع التكرارى إلى توزيع تكرارى متجمع تنازلى ثم نطبق المعادلة التالية:

$$\frac{\text{ترتيب الوسيط} - \text{التكرار المتجمع للفئة التالية لفئة الوسيط}}{\text{تكرار الفئة الوسيطة}} \times \text{طول الفئة الوسيطية}$$

مثال (٣-١٤):

أوجد الوسيط باستخدام التوزيع التكرارى المتجمع التنازلى للتوزيع التكرارى التالى:

ف	٩-	١١-	١٣-	١٥-	١٧-	١٩-	٢١-	٢٣-	٢٥-	٢٧-	٢٩-	٣١-٣٣
ك	٤	٨	٦	٢٥	١٥	٢٢	٨	٩	٥	٦	١	٣

الحـــــل

جدول (٣-١١) التوزيع التكرارى المتجمع التنازلى لفئات الدرجات

ف	ك	التكرار المتجمع التنازلى لفئات الدرجات
٩-	٤	١١٢
١١-	٨	١٠٨
١٣-	٦	١٠٠
١٥-	٢٥	٩٤
١٧-	١٥	٦٩
١٩-	٢٢	٥٤
٢١-	٨	٣٢
٢٣-	٩	٢٤
٢٥-	٥	١٥
٢٧-	٦	١٠
٢٩-	١	٤
٣١-٣٣	٣	٣
	١١٢	-

ترتيب الوسيط = $\frac{١١٢}{٢}$ = ٥٦

∴ قيمة الوسيط = ١٩ − $\frac{٥٦ - ٥٤}{١٥}$ × ٢

= ١٩ − $\frac{٢}{١٥}$ × ٢

= ١٩ − $\frac{٤}{١٥}$ = ١٨ $\frac{١٣}{١٥}$ = ١٨,٧

مثال (٣-١٥).

احسب الوسيط للبيانات الموضحة بالتوزيع التكرارى التالى:

ف	١٠-	٢٠-	٣٠-	٤٠-	٥٠-	٦٠-	٧٠-	٨٠-	٩٠-١٠٠
ك	٥	١٠	١٠	١٥	١٥	٢٠	١٠	١٠	٥

الحـــــل

ترتيب الوسيط = $\frac{١٠٠}{٢}$ = ٥٠

جدول (٣-١٢) التوزيع التكرارى المتجمع التنازلى

ف	ك	التكرار المتجمع التنازلى
١٠-	٥	١٠٠
٢٠-	١٠	٩٥
٣٠-	١٠	٨٥
٤٠-	١٥	٧٥
٥٠-	١٥	٦٠
٦٠-	٢٠	٤٥
٧٠-	١٠	٢٥
٨٠-	١٠	١٥
٩٠-١٠٠	٥	٥
	١٠٠	

قيمة الوسيط = ٦٠ − $\frac{٥٠ - ٤٥}{١٥}$ × ١٠

= ٦٠ − $\frac{٥٠}{١٥}$

= ٦٠ − ٣,٣٣ = ٥٦,٦٧

خـــواص الوسيط

١ – يقع الوسيط فى أى توزيع تكرارى عادى بين المتوسط الحسابى والمنوال.
٢ – يتأثر الوسيط بالدرجات الوسطى ولايتأثر بالدرجات المتطرفة.

٣- المنــــوال Mode

المنوال هو أكثر التكرارات شيوعاً فى التوزيعات التكرارية وهو أقل مقاييس النزعة المركزية استعمالاً.

طرق حساب المنوال:

أ – حساب المنوال من التوزيعات التكرارية البسيطة:

مثال (٣-١٦):

احسب المنوال للتوزيع التكرارى التالى:

س	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
ك	٧	٨	٥	٦	١٤	٣	٢	٥

يتبين من الجدول السابق أن أكثر الأرقام تكراراً هو الرقم ٦.

∴المنوال = ٦

ب – حساب المنوال من المتوسط والوسيط:

يمكن استخدام العلاقة التالية فى حساب قيمة المنوال.

قيمة المنوال = ٣ × الوسيط – ٢ × المتوسط

مثال (٣-١٧):

احسب المنوال لتوزيع تكرارى لفئات درجات متوسطها ١٥ والوسيط ١٣.

الحـــــل

∵ المنوال = ٣ × الوسيط – ٢ × المتوسط

المنــــوال = ٣ × ١٣ - ٢ × ١٥

= ٣٩ - ٣٠ = ٩

ج - حساب المنوال من التوزيعات التكرارية لفئات الدرجات

يمكن حساب المنوال من المعادلة

المنوال = الحد الأدنى للفئة المنوالية + (تكرار الفئة بعد المنوالية / تكرار الفئة المنوالية + تكرار الفئة قبل المنوالية) × طول الفئة

احسب المنوال من الجدول التكرارى التالى:

ف	١٠٠-	١١٠-	١٢٠-	١٣٠-	١٤٠-	١٥٠-	١٦٠-	١٧٠-
ك	٨	١٤	٢٠	٢٧	١٥	٩	٥	٢

الحـــــل

نلاحظ أن الفئة المقابلة لأكبر تكرار هى(١٣٠-) وأن تكرار الفئة قبل المنوالية هو ٢٠ وتكرار الفئة بعد المنوالية هو ١٥ وطول الفئة المنواليه هى ١٠

$$\text{المنوال} = ١٣٠ + \frac{١٥}{٢٧ + ٢٠} \times ١٠$$

$$= ١٣٠ + \frac{١٥٠}{٤٧} = ١٣٠ + ٣,٢ = ١٣٣,٢$$

د - حساب المنوال عن طريق الرسم:

يمكن حساب المنوال عن طريق رسم المدرج التكرارى للفئة المنوالية والفئة قبل المنوالية والفئة بعد المنوالية فقط ولحساب المنوال بهذه الطريقة نتبع الخطوات التالية:

أ - نرسم مدرج تكرارى للفئة المنواليه والفئة التى قبلها والفئة التى بعدها فقط.

ب - نصل الطرف الأيمن لقمة الفئة قبل المنواليه بالطرف الأيمن لقمة الفئة

المنوالية بخط مستقيم.

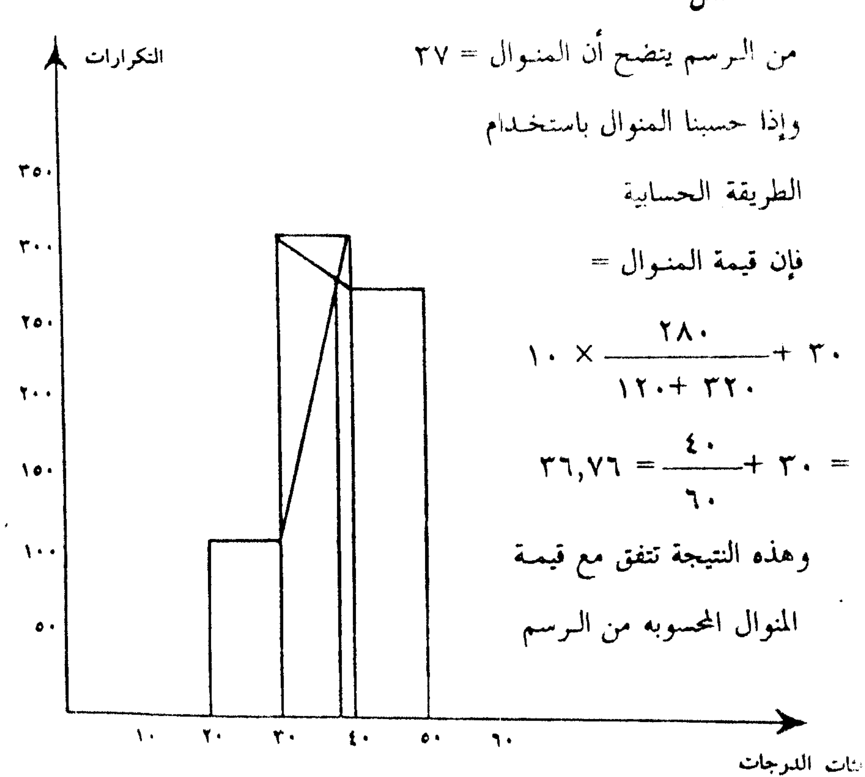
ج – نصل عموداً من نقطة تقاطع الخطين الذين تم توصيلهما كما سبق على المحور الأفقى (الخاص بفئات الدرجات) فتكون قيمة المنوال التى يعبر عنها موقع سقوط هذا العمود على المحور الأفقى كما هو موضح فى المثال التالى:

مثال (٣-١٩):

أوجد قيمة المنوال للتوزيع التكرارى التالى باستخدام الرسم:

ف	١٠-	٢٠-	٣٠-	٤٠-	٥٠-	٦٠-
ك	١٠٠	١٢٠	٣٢٠	٢٨٠	١٦٠	٢٠

الحـــــل



من الرسم يتضح أن المنوال = ٣٧

وإذا حسبنا المنوال باستخدام الطريقة الحسابية

فإن قيمة المنوال =

$$٣٠ + \frac{٢٨٠}{٣٢٠ + ١٢٠} \times ١٠$$

$$= ٣٠ + \frac{٤٠}{٦٠} = ٣٦,٧٦$$

وهذه النتيجة تتفق مع قيمة المنوال المحسوبه من الرسم

شكل (٣-٢) حساب المنوال من الرسم

وهذه النتيجة تتفق مع قيمة المنوال المحسوبة من الرسم

خواص المنوال:

- لايتأثر المنوال بالدرجات المتطرفة والوسطى فى التوزيع التكرارى وإنما يتأثر بالتكرارات عندما تبلغ نهايتها العظمى بالنسبة لفئة معينة من الدرجات.
٢ - يتأثر المنوال بعدد فئات التوزيع التكرارى ومداها فإذا قل عدد الفئات زاد طول الفئة وزاد تكرارها بالنسبة لنفس التوزيع التكرارى وعليه فإن المنوال يخضع لاختيار عدد الفئات ومداها.
٣ - يمكن تعدد قيم المنوال وذلك عندما يكون لدرجتين أعلى التكرارات بحيث يكون تكرارهما متساويان.

بعض المغالطات الاحصائية التى ينبغى على الباحث معرفتها وتجنب الوقوع فيها:

وبعد استعراض مقاييس النزعة المركزية يمكن عرض بعض المغالطات الاحصائية فى البحوث.

فبالرغم من الأهمية الكبيرة لنتائج الدراسات الاحصائية فى المجالات النفسية والاجتماعية والتربوية إلا أنها قد تكون مضللة إذا لم يحسن إختيار العينات التى يتم إجراء الدراسات الاحصائية عليها. ومن أمثلة نتائج الدراسات الاحصائية المضللة، الدراسة التى أجريت فى المملكة المتحدة لمعرفة ما إذا كان أفراد المجتمع الإنجليزى يعرفون النظام المترى فى القياس (الا سم، المتر، الكم، والجرام، الكيلو جرام وغيرها) كمعرفتهم للنظام الإنجليزى فى القياس (البوصه والقدم والياردة والميل والرطل وغيرها) وذلك باستخدام استفتاء ثم تطبيقة بعناية على عينة تمثل الرجال والنساء من خريجى الجامعات بلندن، وأشارت النتائج أن ٣٣٪ من أفراد العينة لم يسمعوا إطلاقا عن النظام المترى. ثم طبعت أحد المجلات الأسبوعية استفتاءاً حول نفس الموضوع وأعلنت على قرائها أن ٩٨٪ من القراء يعرفون النظام المترى فى القياس. وأصبحت هذه النتائج مفخرة لها بعد أن ثبت أن قرائها لديهم القدر الكبير من المعارف العامة.

وهنا نتساءل كيف يمكن أن تختلف نتائج تطبيق الإستفتاء فى المرتين بهذه الصورة؟

وقد حدث هذا الاختلاف في النتائج نظرا لأن الاستفتاء طبق في المرة الأولى على أفراد عينة قد تم اختيارهم بحرص شديد، كما طبق الاستفتاء بالطريقة الفردية وبأسلوب المقابلة المباشرة بين مطبق الاستفتاء وبين المفحوص، أما في المرة الثانية فقد أرسلت المجلة الاستبيانات عن طريق البريد، وبالطبع فإن معظم قراء المجلة الذين لايعرفون النظام المترى لم يهتموا بإرسال الاستبيانات للمجلة مرة أخرى بعد استكمال البيانات الواردة فيها مما أدى إلى التوصل إلى نتائج مضللة.

في اعلانات الدعاية للمنتجات المختلفة قد تستخدم بعض نتائج البحوث الاحصائية غير الدقيقة والتي تسهم في تضليل جمهور المستهلكين. ففي الدعاية لبعض أقراص الحساسية التي تنتجها واحدة من شركات الأدوية، أعلن أن هذه الأقراص قد عالجت نوبات البرد وطبعا استخدمت هذه الاقراص في حدود ضيقة للغاية قبل الاعلان عنها تجارياً، وقد أشار أحد الأطباء الساخرين بعد سماعه الاعلان الخاص بهذه الأقراص أن هناك حقيقة علمية معروفة وهي أن العلاج السليم باستخدام الأدوية أو الأقراص المختلفة يستمر لمدة سبعة أيام لعلاج نزلة البرد، أما إذا تركت بدون علاج فإنها ستزول تلقائيا في خلال أسبوع.

وقد أعد المؤلف هذا الفصل من الكتاب ليوضح للقارىء كيفية استغلال الاحصاء في الخداع لا لكي يعرفها فحسب ولكن لكي يتعلمها حتى يعى ما يقرأ وما يسمع من نتائج بحوث احصائية وحتى يتجنب الوقوع في شرك الخدع الاحصائية.

التحيز في اختيار العينة وأثره على النتائج:-

إذا كان لدينا برميلا مملوء بالحبوب الحمراء والبيضاء فإن هناك طريقة واحدة للتعرف على عدد الحبوب من كل لون وهي عد جميع الحبوب. أما الطرق الأسهل لمعرفة عدد حبوب كل لون بالتقريب وهي أن نأخذ عينة من الحبوب ونعد الحبوب الحمراء والحبوب البيضاء ونحسب النسبة مقترحين أن هذه النسبة تمثل النسبة في كل الحبوب الموجودة داخل البرميل. وإذا كانت العينة كبيرة بدرجة كافية وتم اختيارها بعناية فإن تمثيلها للمجموع معقولا، أما إذا كانت

العينة غير كافية ولم يتم اختيارها بعناية فإنها لن تمثل المجموع تمثيلا دقيقا ويكون التخمين في هذه الحالة أقل ذكاءاً. إن أي نتائج يتم اشتقاقها من عينات صغيرة أو غير ممثلة للمجتمع الأصل تعد نتائج مضللة ولايعتد بها.

ونضرب مثالاً آخراً للأثر السالب لعدم تمثيل العينة، وهو عندما ترسل استفتاءات إلى مجموعة من الأفراد وهذا الاستفتاء يتضمن السؤال التالي:

هل تحب الاجابة على التساؤلات التي تتضمنها الاستفتاءات؟ فإن معظم الأفراد الذين يجيبون بالنفي لايهتمون بالرد وبالتالي يخرجون من العينة. ومن ثم فإنه من الممكن أن تكون نتيجة الاستفتاء أن كل من استجاب وأرسل الاجابة تكون اجابته «نعم» وبذلك لاتكون العينة ممثلة للمجتمع الأصل تمثيلا صادقاً.

وفي مسح شامل للأسر بأحدى المدن حول أنواع المجلات الأسبوعية التي تقرأها الأسرة حيث كان السؤال الأساسي المطروح هو «ما هي المجلات التي تقرأها الأسرة؟»

وقد أشارت النتائج إلى ارتفاع نسبة قراء أحدى المجلات ذات المستوى الرفيع جداً من الناحية الثقافة وإلى انخفاض نسبة قراء احدى المجلات ذات المستوى الثقافي الأقل. وبالرغم من هذه النتائج فقد كان لدى الناشرين في ذلك الوقت الدلائل الكافية المؤكدة لتوزيع المجلة الثانية بأعداد أكبر بكثير من اعداد توزيع المجلة الأولى.

وقد يكون السبب في ذلك راجع إلى أن الأسر التي كانت ضمن عينة البحث لم يصرح أفرادها بالحقيقة.

وقد صرح أحد علماء علم النفس بأن جميع أفراد المجتمع مصابين بالعصابية، وعندما سئل عن أسباب هذا الأدعاء أو عن الأساس الذي بني عليه وجهة نظره اتضح أن جميع اختباراته قد طبقت على أفراد من المترددين على عيادته أي أن العينة غير ممثلة للمجتمع الأصل بالمرة.

وبعد الحرب العالمية الثانية تم تطبيق استفتاء على عينة من الزنوج في أحدى المدن الواقعة جنوب الولايات المتحدة الامريكية وقد تضمن الفريق الذي قام

بتطبيق الاستفتاء مجموعتين من الفاحصين احداهما من الزنوج والاخرى من البيض، وقد كان السؤال الرئيسى فى الاستفتاء هو «هل ستصبح معاملة الزنوج أفضل أم أسوأ فى حالة احتلال اليابان للولايات المتحدة الامريكية؟». وأوضحت النتائج أن مجموعة الفاحصين الزنوج قد أشاروا إلى أن ٩٪ من المفحوصين أكدوا أن المعاملة ستكون أفضل فى حين أشارت مجموعة الفاحصين البيض أن ٢٪ فقط من المفحوصين أشاروا إلى أن المعاملة ستكون أفضل وهذه النتائج توضح أن هناك تحيز فى الاستجابات لدى المفحوصين يرجع لعدة أسباب أهمها الرغبة فى اعطاء الاستجابة التى ترضى الفاحص.

حسن اختيار المتوسط:

فى أحد الدراسات تم حساب متوسط دخل الفرد بالدولار الامريكى فى احدى المدن فى دولة نامية فكان مقداره ١٠,٠٠٠ دولار فى العام، وبعد مدة زمنية قدرها عامان ثم حساب متوسط الدخل مرة أخرى لسكان هذه المدينة فكان مقداره ٢٠,٠٠٠ دولار أمريكى فى السنة. فهل حدث نمو اقصادى لسكان هذه المدينة خلال عامين مقداره ١٠٠٪ ؟ فى الواقع لم يكن هذا المتغير الكبير راجع للنمو الاقتصادى؟ إنما كان سبب اختلاف طريقة حساب متوسط الدخل، ففى المرة الأولى ثم حساب متوسط الدخل بإستخدام المتوسط الحسابى أى تم جمع مقادير الدخول لكل الأفراد ثم قسم المجموع على عدد الأفراد، وفى المرة الثانية ثم حساب المتوسط أى أن مقدار الدخل الذى يقع فى المنتصف كان ٢٠,٠٠٠ دولار وكان من الممكن لو تم استخدام المنوال فى حساب متوسط الدخل أن نحصل على قيمة ثالثة تختلف عن متوسط السابقتين. فى مثل هذه الحالة نلاحظ أن عدم تحديد نوع المتوسط قد يؤدى إلى نتائج مضللة، فقد أعلنت أحدى شركات الصلب الأمريكية أن متوسط أجر العامل بها قد زاد بنسبة ١٠٧٪ خلال فترة أقل من ١٠ سنوات فكانت هذه النسبة ليست حقيقية لأن معظم العاملين بهذه الشركة كانوا يعملون نصف الوقت عند بداية تعيينهم ولكن بعد عام كانوا يعملون كل الوقت مما أدى إلى زيادة أجرهم بمقدار الضعف. فنسبة زيادة الأجر بمقدار ١٠٧٪ التى أعلنت عنها الشركة ليست

حقيقية.

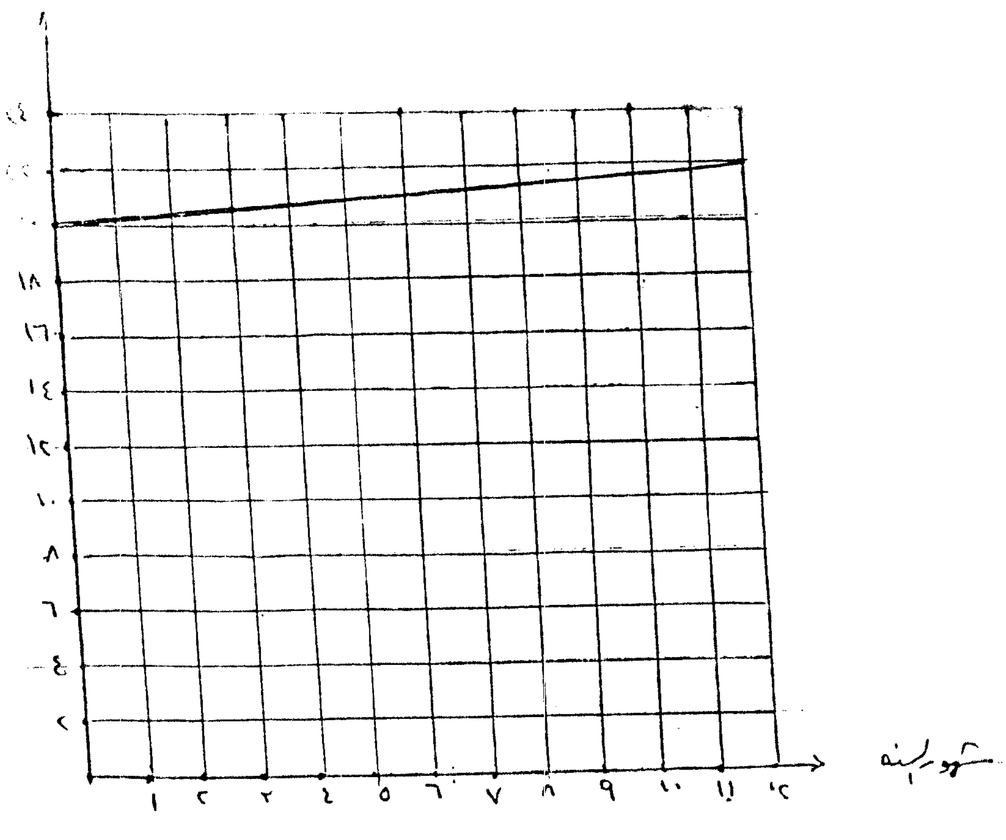
العينات الصغيرة

أعلنت إحدى شركات صناعة معجون الأسنان أن ٢٣٪ من مستعملي نوع المعجون الذى تنتجه الشركة قد تم شفاؤهم من أمراض اللثة التى كانوا يعانون منها وقد أعلنت الشركة هذه النتيجة بإجراء الاختبارات على ١٢فرد فقط أى أن هذه النتيجة لايعتد بها.

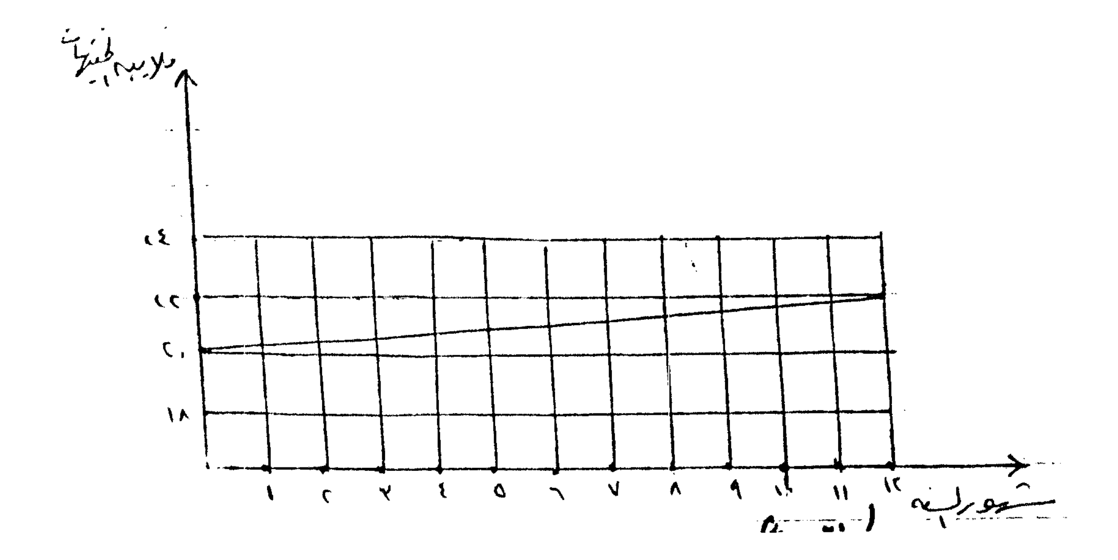
وهنا نتساءل ماهو عدد أفراد العينة الذى يكفى لتعميم النتائج؟ وبالطبع يعتمد عدد أفراد العينة على حجم المجتمع الأصلى الخاضع للدراسة. ففى إحدى المجلات الأسبوعية التى تهتم بموضوعات الأسرة ثم نشر معلومة تفيد بأن متوسط العمر الذى يستطيع فيه الطفل أن يمارس المشى هو ١,٤ سنه وهذه النتيجة تجعل كثير من الآباء يصابون بالاحباط إذا لم يتمكن اطفالهم المشى عند هذه السن. وفى هذه الحالة يكون سوء الفهم الناتج ليس راجع للمعلومة المنشورة وإنما يكون راجعاً إلى القارىء نفسه. وقد طبق أحد اختبارات الذكاء على طفلين خالد ومحمد، حصل خالد على نسبة ذكاء ١٠٨ وحصل محمد على نسبة ذكاء ٩٧ أى أن نسبة ذكاء أعلى من المتوسط ونسبة ذكاء محمد أقل من المتوسط. ولكن هاتين النسبتين لاتعبران عن الحقيقة لأن اختبار الذكاء المستخدم أهمل عدد كبير من الخصائص مثل القيادة والابداع والاستعدادت العقلية والمعرفية والعينة المختلفة ,كذلك الحكم الاجتماعى.

الرسوم البيانية الخادعة:

إذا أردنا إعداد رسم بيانى يوضح أن زيادة معدل الدخل القومى خلال عام كانت ١٠٪.



شكل (٣-٣) معدل الزيادة فى الدخل القومى بالجنيهات خلال عام

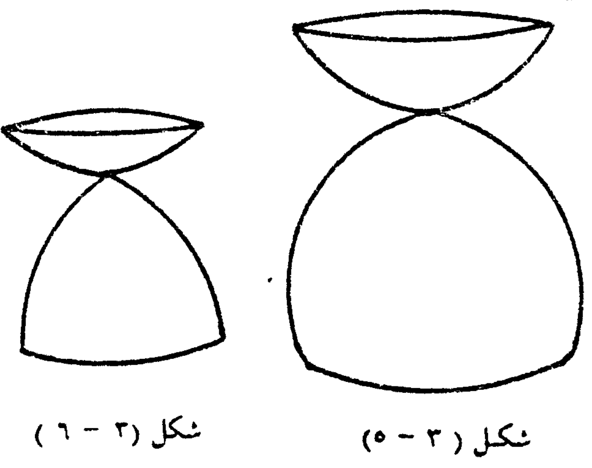


شكل (٣-٤) معدل الزيادة فى الدخل القومى بالجنيهات خلال عام

وبالرغم من أن الشكليں (٣-٣) ، (٣-٤) يوضحان نفس معدل زيادة الدخل القومي إلا أن تأثير كل منهما يختلف عن الآخر، فالشكل (٣-٣) يوحي بأن الزيادة أكبر منها في الشكل (٣-٤).

الصور التوضيحية الخادعة:

عند مقارنة الأجر الأسبوعي لعاملين أحدهما في بلد غني والآخر في بلد فقير، وكان أجر الأول ٦٠ جنيه في الأسبوع وأجر الثاني ٣٠ جنيه في الأسبوع أيضا فإن الشكل التوضيحي لذات الدخل الأكبر (٣-٥) يظهر كأنه أكبر من ضعف الشكل التوضيحي لذات الدخل الأصغر (٣-٦).



شكل (٣ - ٦)   شكل (٣ - ٥)

كيف تحقق من الأساليب الاحصائية المستخدمة.

للاجابة على هذا السؤال نحاول الاجابة عن الأسئلة التالية:

١ - ما مدى تحيز الباحث للبيانات التي يجمعها ؟ فمن الممكن أن يجمع الفرد المعلومات المفضلة بالنسبة له ويتجاهل المعلومات التي لايريدها.

٢ - كيف توصل الباحث إلى المعلومات التي جمعها ؟ في أحد استطلاعات الرأى قامت به مجلة تجارية بولاية شيكاغو الأمريكية، تم إرسال الإستبيانات إلى ١٢٠٠ شركة كبرى تسألها فيها عن مدى ارتفاع الأسعار بهذه الشركات.

تمارين على الفصل الثالث

(٣-١) أوجد المتوسط الحسابى والوسيط للأرقام التالية:

أ - ٧، ١٢، ٩، ١١، ٨

ب - ١٠٥، ١٠٧، ١٠٤، ١٠٣، ١١١، ١٠٢

ج - ٢٢، ٢٣، ٢٤، ٢٠، ٩، ١٨، ٣٥، ١٢، ٣٩، ٣٦

(٣-٢) احسب المتوسط الحسابى للتوزيع التكرارى التالى:

الدرجة (س)	٨	١٠	١٢	١٤	١٦	١٨	٢٠	٢٢
التكرار (ك)	٥	٤	٥	١٥	١٠	٥	٣	٥

ثم احسب الوسيط والمنوال.

(٣-٣) احسب المتوسط الحسابى والوسيط من التوزيع التكرارى التالى.

فئات الدرجات (ف)	٥-	١٠-	١٥-	٢٠-	٢٥-	٣٠-	٣٥-	٤٠-٤٥
التكرارت (ك)	٨	١٠	٦	٢٠	١٣	١٢	١٠	٦

ثم استنتج المنوال.

(٣-٤) باستخدام الرسم احسب الوسيط للتوزيع التكرارى التالى:

ف	٢-	٤-	٦-	٨-	١٠-	١٢-	١٤-	١٦-٢٠
ك	٥	١٠	١٠	٢٠	٢٠	١٠	١٠	١٥

(٢-٥) إحسب المنوال بالرسم للتوزيع التكرارى التالى:

ف	٥-	١٠-	١٥-	٢٠-	٢٥-	٣٠-	٣٥-	٤٠-٤٥
ك	١٠	١٠	١٠	٢٠	٢٠	١٠	١٠	١٠

(٣-٦) الجدول التالى يبين توزيع درجات ٢٠٠ تلميذ فى امتحان الرياضيات بالصف الأول الثانوى:

فئات الدرجات	١٠-	٢٠-	٣٠-	٤٠-	٥٠-	٦٠-	٧٠-	٨٠-٩٠
ك	١٠	٥	٥	١٠	٨٠	٣٠	٤٠	٢٠

والمطلــــوب:

أ - حساب المتوسط الحسابى.

ب - حساب الوسيط

ج - حساب المنوال.

د - قارن بين القيم المتوسطة الثلاثة السابقة.

هـ - حساب معامل الاختلاف.

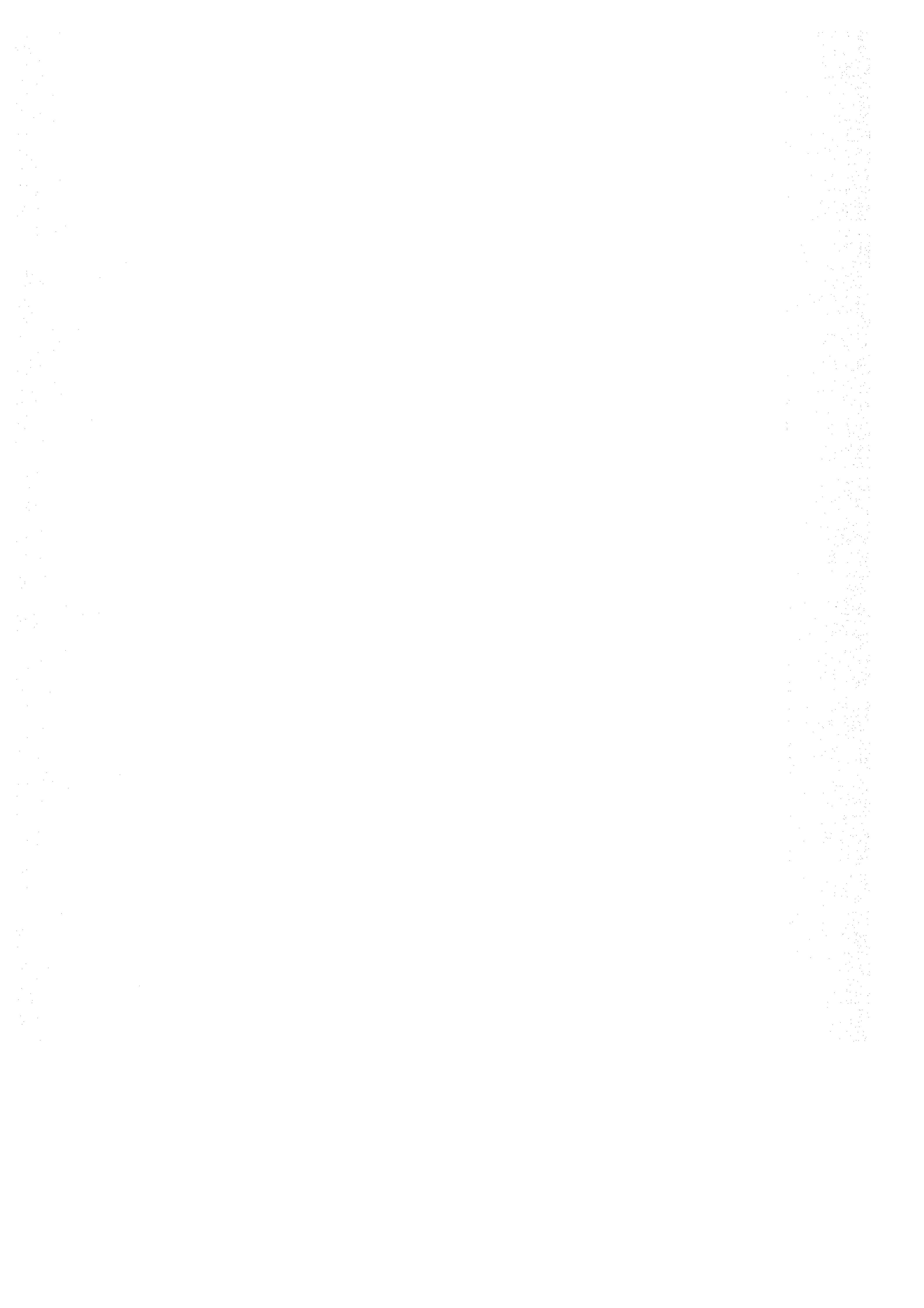


الفصل الرابع

مقاييس التباين (التشتت)

Measures of Variability

المــــدى	Range
الانحراف عن المتوسط	Mean Deviation
الانحراف الربيعي (الأرباعى)	Quartile Deviation
الانحراف المعيارى	Standard Deviation
التبــاين	Variance
معامل الاختلاف	Differential Cefficient
المئينيـــات	Percentiles



كثيراً ما نصدر أحكاماً تتعلق بفروق بين مجموعتين من الأفراد فى قدرة من القدرات أو فى من السمات، فإذا طبقنا أختباراً تحصيلياً فى مقرر الاحصاء التربوى على مجموعتين من طلبة وطالبات الماجستير بكلية التربية ووجدنا أن متوسط درجات تحصيل الطلبة هو ٧٥ ومتوسط درجات التحصيل الدراسى للطالبات فى هذا المقرر هو ٧٣، فإنه من الخطأ القول أن جميع الطلبة أفضل تحصيلاً دراسياً فى الاحصاء التربوى من الطالبات دون التعرف على الفروق الفردية فى المجموعتين فقد تكون درجات الطلبة محصورة بين ٧٠ و ٨٥ درجة ودرجات الطالبات محصورة بين ٥٠ و ٩٥ درجة. ولذلك فإن إصدار الحكم على كل طالبة بأنها أقل تحصيلاً من أى طالب من مجموعة طلاب وطالبات الكلية يكون غير صحيح لأنه من الواضح وجود عدد منهن أفضل من كل الطلاب. ولذلك فالفروق الفردية داخل المجموعتين أكثر أهمية من الفروق بين المتوسطين.

وعندما نستخدم المتوسطات فى المقارنة بين المجموعات فإن المقارنة تكون غير كافية، لأن المتوسط وحده لايعطى فكرة دقيقة عن خصائص المجموعة. فإذا أخذنا مجموعتين أ، ب كل منهما يتكون من خمس تلاميذ وكانت درجات كل مجموعة منهما فى اختبار تحصيلى لمقرر الرياضيات موزعة كالتالى:

مجموعة (أ) ٢٣ ٢٧ ٣١ ٣٥ ٣٩

مجموعة (ب) ٢٨ ٣٠ ٣١ ٣٢ ٣٤

فإننا نلاحظ أن المتوسط الحسابى لكل من هاتين المجموعتين هو ٣١ والوسيط لكل منهما أيضاً هو ٣١، أى أن هاتين المجموعتين من التلاميذ تشتركان فى أكثر من متوسط واحد مع ذلك فالفروق بين المجموعتين كبيرة، وذلك لأن المجموعة (أ) تنتشر درجاتها فى مدى أوسع من المجموعة (ب) ومعنى ذلك أن

الفروق بين أفراد المجموعة الأولى أكبر منها بين أفراد المجموعة الثانية.

وعلى ذلك فإنه ينبغى علينا بالإضافة إلى حساب المتوسط كمقياس للمقارنة بين مجموعتين أن نضع فى إعتبارنا أيضاً قياس تشتت كل مجموعة، ويقاس تشتت البيانات الإحصائية بمقاييس التشتت التالية:

١- المدى Range
٢- الإنحراف عن المتوسط Mean Deviation
٣ - الإنحراف الأرباعى Semi-interquartile
٤ - الإنحراف المعيارى Standard Deviation
٥ - التباين Variance
٦ - معامل الإختلاف Differential Coefficient
٧ - المئينيات Percentiles

وفيما يلى طريقة حساب كل منهما:

(١) المــدى Range

أ - المدى المطلق :

يعد المدى المطلق من أبسط أنواع مقاييس التشتت ويمكن حسابه كما يلى:

المدى المطلق = أكبر عدد - أصغر عدد

وهذا النوع من أنواع مقاييس التشتت لايعطى معلومات كافية عن انتشار قيم البيانات الإحصائية والسبب فى ذلك أن الأطراف قد تكون أكثر تطرفاً عن بقية أفراد العينة. فإذا كان لدينا درجات مجموعة من الأفراد فى إختبار الميول العلمية والأدبية موزعة درجاتهم كما يلى ٣١، ٢٨، ٦٥، ٤٧، ٥٨ فإن مدى الدرجات المطلق يساوى الفرق بين أكبر درجة وأصغر درجة.

أى أن المدى المطلق = ٦٥ - ٢٨ = ٣٧

وإذا كان لدينا درجات مجموعة أخرى من الطلاب موزعة كما يلى ٨، ١٧،

فإن المدى المطلق فى هذه الحالة هو:

المدى المطلق = ٤٥ – ٨ = ٣٧

وبالرغم من أن التوزيعين لهما نفس المدى إلا أنهما مختلفان فى درجة التشتت التى لايمكن لهذا المقياس تعيينه. وعند استخدام المدى المطلق للمقارنة بين تشتت مجموعتين فإن المقارنة قد تكون غير معبرة تعبيراً دقيقاً إذا قلنا أن تشتت أحد المجموعات أكبر وأقل من تشتت المجموعة الأخرى.

فمثلاً إذا كانت االأرقام التالية هى نسب ذكاء عشرة أفراد وهى ١٣٠، ١٠٤، ١٠٥، ١٠٦، ١٠٠، ١٠١، ١٠٢، ٩٩، ١٠٢، ١٠٦، فإن المدى فى هذه الحالة يحسب كما يلى:

المدى المطلق = ١٣٠ – ٩٩ = ٣١

فإذا استبعدنا درجة الفرد الأول فإن سيتغير ويصبح ١٠٦ – ٩٩ = ٧ وبذلك يتضح أن وجود درجات متطرفة يؤثر تأثيراً بالغاً فى المدى المطلق كأحد مقاييس التشتت.

ب – المدى الحقيقى:

يحسب المدى الحقيقى بإضافة واحد صحيح إلى المدى المطلق فمثلاً إذا كانت هناك فئة درجات ٥ – ١٠ فإن:

المدى المطلق لهذه الفئة هو ١٠ – ٥ = ٥

أما المدى الحقيقى فهو ٥ + ١ = ٦

لأن درجات هذه الفئة هى ٥، ٦، ٧، ٨، ٩، ١٠ وهذا يبين أن المدى الحقيقى يزيد عن المدى المطلق بمقدار واحد صحيح.

(٢) الانحراف عن المتوسّط Mean Deviation

هو أحد مقاييس التشتت الهامة والتى تستخدم فى التعرف على مدى تجانس

مجموعة من الدرجات، لأنه كلما كانت قيم الدرجات متجانسة كانت الفروق بينها صغيرة وكانت انحرافات قيمتها عن متوسطها الحسابى صغيراً أيضاً. والعكس صحيح فكلما كانت قيم الدرجات متباينة كلما كانت الفروق بينها كبيرة وكانت انحرافات قيمتها عن متوسطها الحسابى كبير أيضاً. ويمكن تعيين الانحراف عن المتوسط باستخدام المعادلة التالية:

$$\text{الانحراف عن المتوسط الحسابى (ح)} = \frac{\text{مجـ } |س - \bar{س}|}{ن}$$

حيث ح هى الانحراف عن المتوسط، س تمثل الدرجات، $\bar{س}$ تمثل المتوسط الحسابى.

مثال (٤-١):

إحسب الانحراف عن المتوسط للبيانات التالية: ٧، ١٢، ٥، ٦، ٤، ٣، ٨، ٣.

الحـــــل

$$\bar{س} = \frac{٤٨}{٨} = ٦$$

وفيما يلى طريقة حساب الانحراف عن المتوسط.[١]

(١) $|س - \bar{س}|$ تعنى القيمة العديدة للفرق بغض النظر عن إشارة هذا الفرق

جدول (٤-١) حساب الانحراف عن المتوسط |ح|

الدرجة س	ح = س − سَ	|ح|
١٢	٦	٦
٨	٢	٢
٧	١	١
٦	٠	٠
٥	−١	١
٤	−٢	٢
٣	−٣	٣
٣	−٣	٣
		١٨

∴ مجـ |ح| = ١٨

$$\text{∴ الانحراف عن المتوسط} = \frac{\text{مجـ}\,|\text{ح}|}{\text{ن}} = \frac{١٨}{٨} = ٢,٢٥$$

حساب الانحراف عن المتوسط من التوزيع التكرارى:

يمكن حساب الانحراف عن المتوسط من التوزيع التكرارى باتباع الخطوات التالية:

١ − حساب المتوسط الحسابى.
٢ − حساب مراكز الفئات.
٣ − حساب الفروق بين مراكز الفئات والمتوسط (س − سَ).
٤ − ضرب الناتج من الخطوة السابقة فى التكرارات.
٥ − نجمع العمود (س − سَ) × ك.

٦ – نقسم الناتج من الخطوة السابقة على مجموع التكرارات فيكون خارج القسمة هو الانحراف عن المتوسط.

مثال (٤-٢):

أوجد الانحراف عن المتوسط للبيانات الموضحة بالجدول التالى:

ف	٥-	١٠-	١٥-	٢٠-	٢٥-	٣٠-	٣٥-٤٠
ك	١٠	١٠	٢٠	٣٠	٢٠	٥	٥

الحـــل

جدول (٤-٢) حساب الانحراف عن المتوسط س-سَ | ح |س- سَ

ف	ك	س	س × ك	|س - سَ|	|س - سَ|ك
٥-	١٠	٧,٥	٧٥	١٣,٧٤	١٣٧,٤
١٠-	١٠	١٢,٥	١٢٥	٨,٧٤	٨٧,٤
١٥-	٢٠	١٧,٥	٣٥٠	٣,٧٤	٣٧,٤
٢٠-	٣٠	٢٢,٥	٦٧٥	١,٢٦	١٢,٦
٢٥-	٢٠	٢٧,٥	٥٥٠	٦,٢٦	٦٢,٦
٣٠-	٥	٣٢,٥	١٦٢,٥	١١,٢٦	١١٢,٦
٣٥-٤٠	٥	٣٧,٥	١٨٦,٥	١٦,٢٦	١٦٢,٦
	١٠٠		٢١٢٤,٠		٦١٢,٦

∴ سَ = ٢٤,٢١

∴ الإنحراف عن المتوسط = $\frac{٦١٢,٦}{١٠٠}$ = ٦,١٢٦

(٣) الانحراف الربيعى Quartile Deviation

يمكن تعريف الانحراف الربيعى (الإرباعى) بأنه القيمة التى تنحرف بها نقط الارباعى الأول والإرباعى الثالث عن الوسيط.

ويقصد بنقطة الإرباعى الأول هو المئين الخامس والعشرون وهى النقطة التى يقع تحتها ٢٥٪ تماماً من الدرجات ونقطة الإرباعى الثالث هى المئين الخامس والسبعون وهى النقطة التى يقع تحتها ٧٥٪ تماماً من الدرجات.

وهاتان النقطتان بالإضافة إلى الوسيط (المئين الخمسين) تقسم التوزيع الكلى للدرجات إلى أربعة أقسام متساوية أو إلى أربعة إرباعيات ويعرف الانحراف الإرباعى باسم نصف المدى الربيعى Semi-interquartile Range ويحسب الانحراف الربيعى من المعادلة التالية:

$$\text{الانحراف الربيعى} = \frac{\text{الارباعى الثالث} - \text{الارباعى الأول}}{٢}$$

أى أن الانحراف الربيعى (نصف المدى الإرباعى) هو نصف الفرق بين الإرباعيين الثالث والأول وفيما يلى خطوات حساب نصف المدى الربيعى:

١ - نحسب رتبتى الإرباعيين الأول والثالث فترتيب الإرباعى الأول إذا كان عدد المفردات أو مجموع التكرارات هو (ن) يكون (ن/٤) وترتيب الثالث هو (٣ن/٤).

٢ - نحسب قيمة الإرباعيين الأول والثالث بنفس طريقة حساب الوسيط من التوزيعات التكرارية.

وتستخدم المعادلة التالية فى تحديد قيمة الربيع الأول ر١ وقيمة الربيع الثالث(ر٣)

$$\text{قيمة الربيع (الإرباعى)} = \text{الحد الأدنى للفئة الربيعية} + \frac{\text{ترتيب الربيع} - \text{التكرار المتجمع الصاعد للفئة قبل الربيعية}}{\text{تكرار الفئة الربيعية}} \times \text{طول الفئة الربيعية}$$

٣ - نحسب نصف المدى الربيعى من القانون:

$$\text{نصف المدى الربيعى} = \frac{ر_٣ - ر_١}{٢}$$

مثال (٤-٣):

احسب الانحراف الربيعى للتوزيع التكرارى التالى:

ف	١٠-	١٥-	٢٠-	٢٥-	٣٠-	٣٥-	٤٠-	٤٥-	٥٠-٥٥
ك	٤	٦	١٢	٢٠	١٨	١٤	١٤	٢	١٠

الحـــــل

$$\text{ترتيب الربيعى الأول} = \frac{١٠٠}{٤} = ٢٥$$

$$\text{ترتيب الربيعى الثالث} = \frac{٣ \times ١٠٠}{٤} = ٧٥$$

يحسب جدول التوزيع التكرارى المتجمع التصاعدى كما هو موضح بالجدول (٤-٣)

جدول (٤-٣) التوزيع التكرارى المتجمع التصاعدى

ف	ك	أقل من الحد الأعلى للفئة	التكرار المتجمع التصاعدى
١٠-	٤	أقل من ١٥	٤
١٥-	٦	أقل من ٢٠	١٠
٢٠-	١٢	أقل من ٢٥	٢٢
٢٥-	٢٠	أقل من ٣٠	٤٢
٣٠-	١٨	أقل من ٣٥	٦٠
٣٥-	١٤	أقل من ٤٠	٧٤
٤٠-	١٤	أقل من ٤٥	٨٨
٤٥-	٢	أقل من ٥٠	٩٠
٥٠-٥٥	١٠	أقل من ٥٥	١٠٠
	١٠٠		

قيمة الربيع الأول = ٢٥ + (٢٥-٢٢) / ٢٠ × ٥ = ٢٥,٧٥

قيمة الربيع الثالث = ٤٠ + (٧٥ − ٧٤) / ١٤ × ٧٥

= ٤٠ + ٥ / ١٤ = ٤٠,٣٥

نصف المدى الربيعى = (٤٠,٣٥ − ٢٥,٧٥) / ٢

= ١٤,٦٠ / ٢ = ٧,٣

وهو أحد مقاييس التباين أو التشتت ويرمز له بالرمز ع في حالة حساب الانحراف المعيارى للعينات أما في حالة حسابه للمجتمع الأصل فسنرمز له بالرمز σ (ينطق الرمز σ سيجما).

أ – طريقة حساب الانحراف المعيارى من الدرجات الخام:

لحساب الانحراف المعيارى نتبع الخطوات التالية:

- يحسب المتوسط الحسابى
- تحسب الانحرافات عن هذا المتوسط
- تحسب مربعات الانحرافات عن المتوسط
- نوجد مجموع مربعات الانحرافات عن المتوسط
- نحسب متوسط مربعات الانحرافات عن المتوسط

ثم نوجد الجذر التربيعى للناتج فيكون هو الانحراف المعيارى.

مثال (٤-٤):

احسب الانحراف المعيارى للدرجات التالية:

٢، ٣، ٤، ٦، ١٠

الحـــل

$$\bar{\text{س}} = \frac{\text{٢٥}}{\text{٥}} = \text{٥}$$

$$\text{ع} = \pm \sqrt{\frac{\text{٤٠}}{\text{٥}}}$$

$$\text{ع} = \pm \sqrt{\frac{\text{ح}^{\text{٢}}}{\text{ن}}}$$

$$= \pm \sqrt{\text{٨}} = \pm \text{٢,٨٣}$$

جدول (٤-٤) حساب الانحراف المعيارى من الدرجات

س	ح	ح²
٢	-٣	٩
٣	-٢	٤
٤	-١	١
٦	١	١
١٠	٥	٢٥
٢٥		٤٠

مثال (٤-٥) احسب الانحراف المعيارى للدرجات التالية:

٥، ٧، ٨، ٩، ١١

$$\bar{\text{س}} = \frac{\text{٤٠}}{\text{٥}} = \text{٨} \qquad \text{ع} = \pm\sqrt{\frac{\text{مج ح}^{\text{٢}}}{\text{ن}}}$$

$$\therefore \text{ع} = \pm\sqrt{\frac{\text{٢٠}}{\text{٥}}} = \pm\sqrt{\text{٤}} = \pm\text{٢}$$

س	ح	ح²
٥	-٣	٩
٧	-١	١
٨	٠	٠
٩	١	١
١١	٣	٩
٤٠		٢٠

مثال (٤-٦):

احسب الانحراف المعيارى للدرجات التالية:

٥، ٧، ٨، ٦، ٩

$$س̄ = \frac{٣٥}{٥} = ٧$$

$$ع = \pm \sqrt{\frac{١٠}{٥}}$$

$$ع = \pm \sqrt{٢} = \pm ١,٤١٤$$

س	ح	ح٢
٥	-٢	٤
٧	٠	٠
٨	١	١
٦	-١	١
٩	٢	٤
٣٥		١٠

ب - حساب الانحراف المعيارى من جداول التوزيع التكرارى:

١ - حساب الانحراف المعيارى للتوزيعات التكرارية البسيطة:

لحساب الانحراف المعيارى من البيانات المبوبة فى صورة توزيع تكرارى بسيط فإننا نتبع الخطوات التالية:

١ - نحسب المتوسط الحسابى للبيانات

٢ - نحسب انحرافات الدرجات عن المتوسط الحسابى (ح).

٣ - نطبق المعادلة التالية:

$$\text{الإنحراف المعيارى (ع)} = \pm \sqrt{\frac{\text{مجـ ح}^{2}\text{ك}}{\text{مجـ ك}}}$$

مثال (٤-٧):

الدرجات	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
ك	٥	٤	١	٨	١٢	٣	٢

س	ك	س ك	ح	ح٢	ح٢ك
٤	٥	٢٠	٣-	٩	٤٥
٥	٤	٢٠	٢-	٤	١٦
٦	١	٦	١-	١	١
٧	٨	٥٦	٠	٠	٠
٨	١٢	٩٦	١	١	١٢
٩	٣	٢٧	٢	٤	١٢
١٠	٢	٢٠	٣	٩	٨٠
المجموع	٣٥	٢٤٥			١٠٤

$$\text{سَ} = \frac{\text{مجـ س ك}}{\text{مجـ ك}} = \sqrt{\frac{٢٤٥}{٣٥}} = ٧$$

$$\text{ع} = \pm \sqrt{\frac{\text{مجـ ح٢ك}}{\text{مجـ ك}}} = \pm \sqrt{\frac{١٠٤}{٣٥}} = \pm ٢,٩٧ = \pm ١,٧٢$$

٢ - حساب الانحراف المعيارى من البيانات المبوبة ذى الفئات:

فى هذه الحالة نتبع الخطوات التالية لحساب الانحراف المعيارى:

١ - نحسب مراكز الفئات، ثم نحسب المتوسط الحسابى ونحسب انحرافات مراكز الفئات عن هذا المتوسط.

٢ - نضرب تكرار كل فئة فى انحرافها عن المتوسط، ثم نجمع حواصل الضرب جمعاً جبرياً (أى نراعى فيه الإشارات).

٣ - نضرب تكرار كل فئة فى مربع انحراف مركزها عن المتوسط ثم نجمع الناتج.

٤ - نستخدم المعادلة التالية فى حساب الانحراف المعيارى:

مثال (٤-٨):

$$ع = \pm ف \times \sqrt{\frac{مجح^{٢}ك}{مجك} - \frac{(مجحك)^{٢}}{مجك}}$$

بشرط أن:

$$\frac{مجح^{٢}ك}{مجك} \leq \left(\frac{مجحك}{مجك}\right)^{٢}$$

أوجد الانحراف المعيارى للبيانات المبينة فى الجدول التالى:

ف	٢٠-	٢٥-	٣٠-	٣٥-	٤٠-	٤٥-	٥٠-
ك	٤	٦	١٢	٢٠	٢٥	٢٢	١١

الحــــل

ف	ك	س	س ك	ح	ك ح	$ح^2$	$ك ح^2$
٢٠-	٤	٢٢,٥	٩٠	١٨,٣-	٧٣,٢-	٣٣٤,٨٩	١٣٣٩,٥٦
٢٥-	٦	٢٧,٥	١٦٥	١٣,٣-	٧٩,٨-	١٧٦,٨٩	١٠٦٢,٣٤
٣٠-	١٢	٣٢,٥	٣٩٠	٨,٣-	٩٩,٦-	٦٨,٨٩	٨٢٦,٦٨
٣٥-	٢٠	٣٧,٥	٧٥٠	٣,٣-	٦٦-	١٠,٨٩	٢٠٧,٨٠
٤٠-	٢٥	٤٢,٥	١٠٦٢,٥	١,٧	٤٢,٥	٢,٨٩	٧٢,٢٥
٤٥-	٢٢	٤٧,٥	١,٤٥	٦,٧	١٤٧,٤	٤٤,٨٩	٩٨٧,٥٨
٥٠-	١١	٥٢,٥	٥٧٧,٥	١١,٧	١٢٨,٧	١٣٦,٨٩	١٥٠٥,٧٩
	١٠٠		٤٠٨٠		٤-		٦٠٠٢

$$\bar{س} = \frac{٤٠٨٠}{١٠٠} = ٤٠,٨$$

$$ع = \pm ٥ \times \sqrt{\frac{٦٠٠٢}{١٠٠} - \left(\frac{٤}{١٠٠}\right)^{٢}}$$

$$= \pm ٥ \times \sqrt{٦٠,٠٢ - ٠,٠٠١٦} = \pm ٥ \sqrt{٦٠,٠١٨٤}$$

$$= \pm ٥ \times ٧,٧٤٧٢ = \pm ٣٨,٧٣٦ = \pm ٣٨,٧٤$$

ج - حساب الانحراف المعيارى بالطريقة العامة:

تعتبر الطريقة العامة لحساب الانحراف المعيارى من أدق طرق الحساب لأنها لاتعتمد على الانحراف بطريقة مباشرة. وهذه الطريقة تستخدم فى حالتى الدرجات الخام والتوزيعات التكرارية.

١ - إستخدم الطريقة العامة فى حساب الانحراف المعيارى من الدرجات

الخام: فى هذه الطريقة نتبع الخطوات التالية:

١ – نحسب متوسطات الأعداد.

٢ – نحسب مربعات الأعداد.

٣ – نحسب مربع متوسطات الأعداد.

٤ – نطبق القانون

$$ع = \pm \sqrt{\text{متوسط مربعات الأعداد} - \text{مربع متوسط الأعداد}}$$

$$= \pm \sqrt{\frac{\text{مج س}^{٢}}{\text{ن}} - \left(\frac{\text{مج س}}{\text{ن}}\right)^{٢}}$$

مثال (٤-٩)

الانحراف المعيارى للدرجات التالية:

١، ٢، ٣، ٤، ٦، ١١، ١٢، ١٦ ، ٢٢، ٢٣، باستخدام الطريقة العامة

الحـــــل

س	$س^٢$
١	١
٢	٤
٣	٩
٦	٣٦
١١	١٢١
١٢	١٤٤
١٦	٢٥٦
٢٢	٤٨٤
٢٣	٥٢٩
٩٦	١٥٨٤

$$ع = \pm \sqrt{\frac{مج\ س^٢}{ن} - \left(\frac{(مج\ س)}{ن}\right)^٢}$$

$$= \pm \sqrt{\frac{١٥٨٤}{٩} - \left(\frac{(٩٦)}{٩}\right)^٢}$$

$$= \pm \sqrt{١٧٦ - (١٠,٧٦)^٢}$$

$$= \pm \sqrt{١٧٦ - ١١٣,٨}$$

$$= \pm \sqrt{٦٢,٢}$$

$$= \pm ٧,٨٨$$

٢ - استخدام الطريقة العامة فى حساب الانحراف المعيارى فى التوزيعات التكرارية:

فى هذه الحالة تصبح صورة المعادلة كما يلى:

$$ع = \pm \sqrt{\frac{\text{مجـ ك س}^2}{\text{مجـ ك}} - \left(\frac{\text{مجـ ك س}}{\text{مجـ ك}}\right)^2}$$

ومثال (٤-١٠) يوضح طريقة استخدام المعادلة السابقة فى إيجاد الانحراف المعيارى للتوزيع التكرارى البسيط.

مثال (٤-١٠) احسب الانحراف المعيارى للتوزيع التكرارى التالى:

س	٦	٢	٣	٤	٥	٧	٨
ك	٣	٤	٥	٦	٣	٢	٢

س	ك	س × ك	$س^2$	$س^2$ك
٦	٣	١٨	٣٦	١٠٨
٢	٤	٨	٤	١٦
٣	٥	١٥	٩	٤٥
٤	٦	٢٤	١٦	٩٦
٥	٣	١٥	٢٥	٧٥
٧	٢	١٤	٤٩	٩٨
٨	٢	١٦	٦٤	١٢٨
	٢٥	١١٠		٥٦٦

الحـــــل

ن = مجـ ك = ٢٥

$$ع = \pm \sqrt{\frac{٥٦٦}{٢٥} - \left(\frac{١١٠}{٢٥}\right)^{٢}}$$

$$= \pm \sqrt{٢٢,٦ - ١٨,٣٦} = \pm \sqrt{٤,٢٤}$$

$$= \pm ٢,٠٥$$

خـــواص الانحراف المعيارى

١ – يعتبر الانحراف المعيارى أهم مقياس من مقاييس التباين لارتباطه بأغلب المقاييس الاحصائية مثل معاملات الالتواء والتفرطح والارتباط والدرجات المعيارية كما سيتضح فيما بعد.

٢ – للانحراف المعيارى قيمتان إحداهما سالبة والأخرى موجبة لأن قيمة الانحراف المعيارى هى الجذر التربيعى لكل من متوسط مربعات الانحرافات عن المتوسط مطروحاً من مربع متوسط الانحراف. ويرتبط هذا التعريف بالأسس الإحصائية التى اعتمدنا عليها فى حساب قيمته.
وبما أن القيم العددية للانحراف المعيارى ترتبط بحساب الجذر التربيعى. إذن فالعلامات الجبرية لهذه القيمة قد تكون سالبة وقد تكون موجبة لأن مربعات الأعداد السالبة أو الموجبة تكون دائماً موجبة.

+٣ع   +٢ع   +١ع   م   -١ع   -٢ع   -٣ع

٣ – يتأثر الانحراف المعيارى تأثراً شديداً بالدرجات المتطرفة فى التوزيع التكرارى نظراً لاعتماده المباشر على مربعات فروق الدرجات المتوسط

الحسابى. وعلى ذلك فالانحراف المعيارى يتأثر بمتوسط الدرجات المتطرفة فى التوزيع التكرارى.

٤ – إذا أضيف عدد ثابت أو حذف عدد ثابت إلى جميع درجات توزيع تكرارى فإن قيمة الانحراف المعيارى لهذا التوزيع لا تتغير.

(٥) التبــــايــن : Variance

التباين هو متوسط مربعات الانحرافات عن المتوسط أى أنه مربع الإنحراف المعيارى ($ع^{٢}$) والتباين هو أهم مقاييس التشتت لأنه يعتمد على الانحراف المعيارى مباشرة.

التبايـن الوزنى :

هو تباين مجموعتين أو أكثر. ولحساب تباين مجموعتين نتبع الخطوات التالية:

١ – نحسب المتوسط الوزنى:

$$م = \frac{ن_{١}\ \bar{س}_{١} + ن_{٢}\ \bar{س}_{٢}}{ن_{١} + ن_{٢}}$$

٢ – نحسب مربعات الفروق بين متوسط كل مجموعة والمتوسط الوزنى كما يلى:

$$ق_{١}^{٢} = (\bar{س}_{١} - م)^{٢}$$

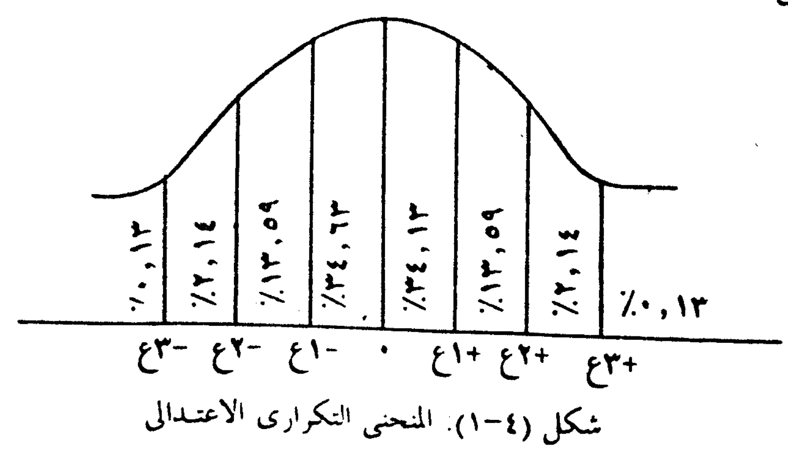
$$ق_{٢}^{٢} = (\bar{س}_{٢} - م)^{٢}$$

٣ – التباين الوزنى =

$$\frac{ن_{١}ع_{١}^{٢} + ن_{٢}ع_{٢}^{٢} + ن_{١}ق_{١}^{٢} + ن_{٢}ق_{٢}^{٢}}{ن_{١} + ن_{٢}}$$

معنى التشتت فى المنحنى التكرارى الاعتدالى

إذا كان المتوسط الحسابى من الدرجات هو (س) والانحراف المعيارى لها هو (ع) وكانت الدرجات موزعة توزيعاً إعتدالياً فإننا نجد أنه إذا ابتعدنا عن المتوسط الحسابى بمقدار + ١ انحراف معيارى فإن ٦٨٪ من البيانات الإحصائية فى هذا التوزيع سوف تقع فى هذه المساحة ونجد أن حوالى ٩٦٪ من درجات أفراد المجموعة تقريباً تنحصر درجاتهم بين س + ٣ ع، سَ - ٣ ع ويتضح ذلك من الشكل (٤-١)، ويمكن استخدام الانحراف المتوسط فى الحصول على مقياس إحصائى بسيط يسمى الخطأ المئوى فى القياس الذى يمكن حسابه من المعادلة التالية:



شكل (٤-١): المنحنى التكرارى الاعتدالى

$$\text{الخطأ المئوى} = \frac{\text{الإنحراف عن المتوسط}}{\text{المتوسط الحسابى}} \times ١٠٠$$

(٦) معامل الاختلاف

يستخدم هذا القياس لمعرفة مدى التشابه أو الاختلاف بين مجموعة من القيم. ويمكن حساب معامل الاختلاف بقسمة الانحراف المعيارى لمجموعة الدرجات على متوسطها الحسابى ثم نضرب ناتج خارج القسمة فى ١٠٠، أى أن:

$$\text{معامل الإختلاف} = \frac{\text{الإنحراف المعيارى}}{\text{المتوسط الحسابى}} \times ١٠٠$$

مثال (٤-١١):

احسب معامل الاختلاف للدرجات التالية:

٣، ٢، ٤، ٥، ٦

الحـــــل

$$\bar{س} = \frac{٢٠}{٥} = ٤$$

$$ع = \pm \sqrt{\frac{مجـ س^٢}{ن} - \left(\frac{مجـ س}{ن}\right)^٢} = \pm \sqrt{\frac{٩٠}{٥} - \frac{(٢٠)^٢}{٥}}$$

$$= \sqrt{١٨ - ١٦} \pm \sqrt{٢} = ١,٤١٤$$

$$\text{معامل الإختلاف} = \frac{١,٤١٤}{٤} = ٠,٣٥٣$$

س	$س^٢$
٣	٩
٢	٤
٤	١٦
٥	٢٥
٦	٣٦
٢٠	٩٠

(٧) المئينـــات : Percentiles :

المئينات هى النقط التى تقسم التوزيع التكرارى إلى أُجزاء مئوية، ويشير المئين إلى مركز الفرد بالنسبة للجماعة التى ينتمى إليها حيث يدل المئين على النسبة المئوية للقيم التى تقع قبل القيمة المطلوبة، فإذا كانت الرتبة المئينية لطالب فى اختبار للتحصيل الدراسى بالنسبة لطلاب فصله هى (٨٠ درجة) فإن معنى ذلك أن ٨٠٪ من طلاب الفصل يحتلون مكاناً أقل من المكان الذى يحتله هذا الفرد. ومعنى ذلك أنه كلما زادت الرتبة المئينية للدرجة كلما دل ذلك على أنها درجة كبيرة نسبياً لدرجات المجموعة.

خطوات حساب المئين:

١- نوجد رتبة المئين فى المجموعة = $\frac{\text{الدرجة}}{١٠٠}$ x ك

٢ - نتبع نفس الطريقة المستخدمة فى حساب الوسيط لإيجاد قيمة المئين. أى نقوم بعمل التكرار المتجمع التصاعدى ومنه نعرف تكرار الفئة المئينية.

٣ - نحسب قيمة المئين من المعادلة:

قيمة المئين = الحد الأدنى للفئة المئينية +

$$\frac{\text{رتبة الدرجة المئينية} - \text{التكرار المتجمع التصاعدى السابق للفئة المئينية}}{\text{تكرار الفئة المئينية}} \times \text{طول الفئة}$$

مثال (٤-١٢):

إحسب المئين ٢٥ والمئين ٨٢ فى التوزيع التكرارى

ف	-٥	١٠	-١٥	-٢٠	-٢٥	-٣٠	-٣٥	-٤٠	-٤٥	-٥٠	-٥٥	-٦٠	-٦٥	-٧٠	٧٥-٨٠
ك	١	١	٣	٣	٤	٧	٨	٩	١٢	٦	١١	٨	٢	٣	٣

الحـــــل

جدول (٤-٥) حساب المئينيات من التوزيع التكرارى

التكرارات	التكرارات	التكرار المتجمع التصاعدى
٥-	١	١
١٠-	١	٢
١٥-	٣	٥
٢٠-	٣	٨
٢٥-	٤	١٢
٣٠-	٧	١٩
٣٥-	٨	٢٧
٤٠-	٩	٣٦
٤٥-	١٢	٤٨
٥٠-	٦	٥٤
٥٥-	١١	٦٥
٦٠-	٧	٧٢
٦٥-	٢	٧٤
٧٠-	٣	٧٧
٧٥-	٣	٨٠
	٨٠	

رتبـــة المئيـــن = $\frac{٢٥}{١٠٠}$ × ٨٠ = ٢٠

قيمـة المئين ٢٥= ٣٥ + $\frac{٢٠-١٩}{٨}$ × ٥ = ٣٥+ $\frac{١}{٨}$ × ٥

= ٣٥ + ٠,١٢٥ × ٥ = ٣٥ + ٠,٦٢٥ = ٣٥,٦٣

رتبة المئين ٥٠ = (٥٠ / ١٠٠) × ٨٠ = ٤٠

قيمة المئين ٥٠ = ٤٥ + ((٤٠ − ٣٦) / ١٢) × ٥

= ٤٥ + (٤ / ١٢) × ٥ = ٤٥ + ٠,٣٣ × ٥

= ٤٥ + ١,٦٥ = ٤٧,١٠

رتبة المئين ٨٢ = (٨٢ / ١٠٠) × ٨٠ = ٦٥,٦

قيمة المئين ٨٢ = ٦٠ + ((٦٥,٦ − ٦٥) / ٧) × ٥

= ٦٠ + (٠,٦ / ٧) × ٥

= ٦٠ + (٣ / ٧) ٦٠ + ٠,٤٣

= ٦٠,٤٣

تحديد الرتبة المئينية المقابلة لإحدى الدرجات

لتحديد الرتبة المئينية المقابلة لإحدى الدرجات نتبع الخطوات التالية:

١ – نحدد الفئة التى تقع فيها الدرجة والحد الأدنى لهذه الفئة.

٢ – نحسب التكرار المتجمع التصاعدى للفئة قبل الفئة التى تقع فيها الدرجة.

٣ – نحسب عدد درجات الفئة التى تقل عن الدرجة وهو يساوى:

$$\frac{\text{الدرجة – الحد الأدنى للفئة}}{\text{طول الفئة}} \times \text{تكرار الفئة}$$

٤ – نجمع التكرار المتجمع قبل الفئة وعدد درجات الفئة التى تقل عن الدرجة فينتج عدد جميع درجات المجموعة التى تقل عن الدرجة المعطاة.

٥ – نحسب الرتبة المئينية المطلوبة من المعادلة التالية:

$$\text{الرتبة المئينية} = \frac{\text{عدد الدرجات التى تقل عن الدرجة المعطاة}}{\text{مجموع التكرارت}} \times ١٠٠$$

مثال (٤–١٣):

احسب الرتبة المئينية للدرجة ٥٠ للبيانات الموضحة فى المثال (٤–١٤)

الحـــل

١ – الدرجة ٥٠ تقع فى الفئة(٥٠–).

٢ – التكرار المتجمع للفئة قبل الفئة التى تقع فيها الدرجة ٥٠ وهو ٤٨.

٣ – عدد الدرجات فى الفئة التى تقل عن عدد الدرجة ٥٠

$$= \frac{٥٠ - ٤٥}{٥} \times ١٢ = ١٢$$

٤ – مجموع الدرجات التى تقل عن ٥٠ = ٤٨ + ١٢ = ٦٠.

٥ – الرتبة المئينية = $\frac{٦٠}{٨٠} \times ١٠٠ = ٧٥$

المئين المقابل للدرجة ٥٠ هو ٧٥

مثال (٤-١٤).

من التوزيع التكرارى فى المثال (٤-١٢) احسب الرتبة المئينية للدرجة ٣٥,٦٣.

الحــــل

الدرجة ٣٥,٦٣ تقع فى الفئة (٣٥-)

والتكرار المتجمع للفئة قبل الفئة (٣٥-) هو ١٩:

∴ عدد الدرجات فى الفئة التى تقل عن الدرجة ٣٥,٦٣

مجموع عدد الدرجات التى تقل عن الدرجة ٣٥,٦٣

$$= \frac{٣٥,٦٣ - ٣٥}{٥} \times ٨ = \frac{٠,٦٣}{٥} \times ٨ = ١$$

∴ مجموع عدد الدرجات التى تقل عن الدرجه ٣٥,٦٣.

$$= ١ + ١٩ = ٢٠$$

$$\text{الرتبة المئينية} = \frac{٢٠}{٨٠} \times ١٠٠ = ٢٥$$

استخدام مقاييس التباين في الدراسات النفسيّة والتربويّة والاجتماعيّة

لكى يعطى الباحث صورة واضحة عن النزعة المركزية لمختلف درجات مجموعة من الأفراد ومدى تباينها وتوزيعها فإن الباحث يحتاج دائماً لأن يقرن ذكر قيم المتوسط الحسابى لمجموع الدرجات بقيمة أخرى توضح مدى تباعدها أو تقاربها عن بعضها البعض الآخر. فمعرفة تباين الدرجات يفيد كثيراً فى أغراض البحث العلمى لأن معرفة مدى تباين درجات مجموعة من الأفراد فى أحد الاختبارات تمكن من التعرف على خصائص هذه المجموعة بدقة.

وقد عرفنا أن المدى المطلق يستخدم قياس التشتت لمجموعة من الدرجات ولكنه يعتبر من أقل مقاييس التشتت دقة لأنه يتأثر بشدة بالدرجات المتطرفة التى لا تمثل مجموعة الدرجات التى تنتمى إليها. وعرفنا أيضاً أن الانحراف الربيعى يستخدم كمقياس للتباين ولكنه لايتعرض إلا لقيمتين هما الارباعين الثالث والأول فى حين أن الانحراف عن المتوسط يستخدم جميع الدرجات وكذلك الانحراف المعيارى يستخدم أيضاً كل الدرجات.

ويعتبر الانحراف المعيارى من أدق مقاييس التباين لأنه لا يتأثر بعدد مفردات العينة ولا بالدرجات المتطرفة فيها. وفيما يلى إيجاز لبعض استخدامات مقاييس التشتت فى العلوم النفسية والتربوية والاجتماعية.

أولاً: استخدامات المدى المطلق

يستخدم المدى المطلق فى الحالات التالية:

١ - للتعرف على المسافة بين أقل درجة وأكبر درجة حتى يمكن اختيار مدى الفئة المناسب عند تقسيم هذه الدرجات إلى فئات.

٢ - يستخدم المدى المطلق عند التأكد من عدم وجود درجات متطرفة أو شاذة فى مجموعة الأفراد التى نقوم بدراسة تشتت درجاتها.

ثانياً: استخدامات الانحراف الربيعى

يستخدم الانحراف الربيعى فى الحالات التالية:

١ - الحصول على قياس تقريبى للتباين فى وقت قصير.

٢ - عندما تكون درجات بعض أفراد عينة البحث متطرفه.

٣ - عندما يكون المطلوب معرفة درجة تمركز الدرجات حول الوسط.

٤ - عندما يكون المطلوب ايجاد مقياس لتشتت توزيع تكرارى مفتوح.

ثالثاً: استخدامات الانحراف عن المتوسط

يستخدم الانحراف عن المتوسط فى الحالات التالية:

١ - عند تقرير أوزان لجميع انحرافات الدرجات عن متوسطها حسب قربها أو بعدها عن المتوسط.

٢ - عندما يكون المطلوب ايجاد معامل للتباين أكثر دقة وأقل تأثراً بالدرجات المتطرفة.

رابعاً: استخدامات الانحراف المعيارى

يستخدم الانحراف المعيارى فيما يلى:

١ - ايجاد معامل دقيق للتباين، حيث يعتبر الانحراف المعيارى من أدق معاملات التباين.

٢ - يحسب الانحراف المعيارى لاستخدامه فى نواحى احصائية أخرى.

٣ - يستخدم فى حساب الدرجات المعيارية التى تساعد على المقارنة بين أفراد فى مجموعات مختلفة من حيث درجات الاختبارات المختلفة.

وفيما يلى عرض موجز لفكرة الدرجات المعيارية وطريقة حسابها وأنواع هذه الدرجات:

أولاً: الدرجات المعيارية واستخدامها فى المقارنة بين درجات الأفراد

إذا فرضنا أن لدينا تلميذين أحدهما فى الفصل (أ) والثانى فى الفصل (ب) بالصف الثانى بمدرسة أبى نصر الفارابى الابتدائية بالمدينة المنورة، وأننا علمنا أن التلميذ الأول حصل على ٨٥ درجة فى مادة الرياضيات والتلميذ الثانى حصل على ٨٠ درجة فى نفس المادة. فإننا لانستطيع أن نجزم بأن تلميذ الفصل (أ) أفضل من تلميذ الفصل (ب)، ولايمكن أن يكون لمثل هذه الدرجات والتى تسمى درجات خام Raw Scores دلالة دون تحويلها إلى درجات يمكن أن تأخذ فى الاعتبار موضع كل تلميذ بين زملاء فصله وهذه الدرجات تسمى بالدرجات المعيارية. وفيما يلى طريقة حساب الدرجات المعيارية التى يمكن بواسطتها المقارنة بين الأفراد.

ثانياً: طريقة حساب الدرجات المعيارية

يمكن حساب الدرجة المعيارية (د) باستخدام المعادلة التالية:

$$د = \frac{س - \bar{س}}{ع}$$

حيث س هى الدرجة الخام المراد تحويلها الى درجة معيارية، $\bar{س}$ هى المتوسط الحسابى للدرجات، ع هو الانحراف المعيارى لهذه الدرجات.

مثال (٤-١٥):

إذا حصل أحد التلاميذ على ٨٠ درجة فى امتحان اللغة العربية وكان متوسط درجات تلاميذ فصله هو ٧٠ بانحراف معيارى قدره ٥.

وحصل تلميذ ثان على ٧٥ درجة فى امتحان اللغة العربية وكان متوسط درجات تلاميذ فصله فى هذا الامتحان ٦٠ درجة بانحراف معيارى قدره ٤ فأى التلميذين أفضل فى تحصيل اللغة العربية؟

الحـــل

للمقارنة بين التلميذين الأول والثانى نحول درجاتهما الى درجات معيارية ثم نقارن.

١ - الدرجة المعيارية للطالب الأول = $\frac{٨٠-٧٠}{٥} = \frac{١٠}{٥} = ٢$

٢- الدرجة المعيارية للطالب الثانى = $\frac{٧٥-٦٠}{٤} = \frac{١٥}{٤} = ٣,٧٥$

∴ التلميذ الأول أقل من التلميذ الثانى فى تحصيل اللغة العربية.

مثال (٤-١٦):

حول الدرجات التالية إلى درجات معيارية:

٥، ٧، ٨، ٩، ١١

الحـــل

س	ح	$ح^2$
٥	٣-	٩
٧	١-	١
٨	٠	٠
٩	١	١
١١	٣	٩
٤٠		٢٠

$$\text{ع} = \pm \sqrt{\frac{\text{مح}^{2}}{\text{ن}}}$$

$$\therefore \text{ع} = \pm \sqrt{\frac{٢٠}{٥}}$$

$$= \pm \sqrt{٤} = \pm ٢$$

∴ الدرجات المعيارية هى:

$$\text{د}١ = \frac{-٣}{٢} = -١,٥$$

$$\text{د}٢ = \frac{-١}{٢} = -١,٥$$

$$\text{د}٣ = \frac{٠}{٢} = ٠$$

$$\text{د}٤ = \frac{١}{٢} = ٠,٥$$

$$\text{د}٥ = \frac{٣}{٢} = ١,٥$$

هذا ويتضح من مثال (٤-١٥) أن الدرجات الخام لا تصلح للمقارنة بين الأفراد، أما الدرجات المعيارية فإنها تفيد فى عمل مثل هذه المقارنة لأنها تعتبر وحدات مشتركة يمكن تحويل درجات المجموعتين إليها، وبذلك نكون قد حولنا الدرجات جميعها إلى نوع واحد من الدرجات أو نوع واحد من المقاييس مهما اختلفت الدرجات الأصلية. ويمكن تحويل أى درجة خام إلى درجات معيارية إذا عرفنا متوسطها وانحرافها المعيارى. والدرجات التى حصلنا عليها

فى مثالى (٤-١٥)، (٤-١٦)تسمى درجات زد (Z - Scores).

ويعاب على هذا النوع من الدرجات أنه قد يكون غير مريح من الناحية العملية نظراً لوجود الإشارات السالبة والإشارات الموجبة فى هذه الدرجات.

وسيتعرض المؤلف للدرجات المعيارية وأهم عيوبها بالتفصيل وكذلك الدرجات المعيارية المحولة فى الفصل الخامس من هذا الكتاب.

استخدامات الرتب المئينية:

١ - تستخدم الرتب المئينية فى الاختبارات النفسية بعامة للتعرف على الفروق الفردية فى القدرات أو الصفات التى يقيسها الاختبار.

٢ - يمكن استخدام الرتب المئينية فى رسم التخطيط النفسى للأفراد، نظراً لأن الرتبة المئينية تعطى صورة واضحة عن مركز الفرد النسبى فى المجموعة التى ينتمى إليها، ولكن ينبغى علينا فى هذه الحالة أن نراعى عدم تساوى وحدات القياس المئينى فى الرسم.

تمارين على الفصل الرابع

(٤-١) احسب الانحراف المعيارى للدرجات التالية:

٥، ٦، ٧، ٨، ٤

(٤-٢) احسب الانحراف المعيارى للبيانات الموضحة فى التوزيع التكرارى التالى:

ف	١٠-	٢٠-	٣٠-	٤٠-	٥٠-	٦٠-٧٠
ك	١٠	٢٠	٣٠	٣٠	٢٠	١٠

(٤-٣) احسب المئين ٥٠ والمئين ٩٠ من التوزيع التكرارى التالى:

ف	٢-	٤-	٢٠	٨-	١٠-	١٢-	١٤-١٦
ك	١٠	٣٠	٤٠	٤٠	٤٠	٣٠	١٠

(٤-٤) احسب الوسيط والمنوال للبيانات المبينة فى الجدول التالى:

ف	٥-	١٠-	١٥-	٢٠-	٢٥-	٣٠-٣٥
ك	٢٨	٣٢	٢٠	١٦	٣٠	١٤

ثم احسب الرتب المئينية المقابلة للدرجات التالية:

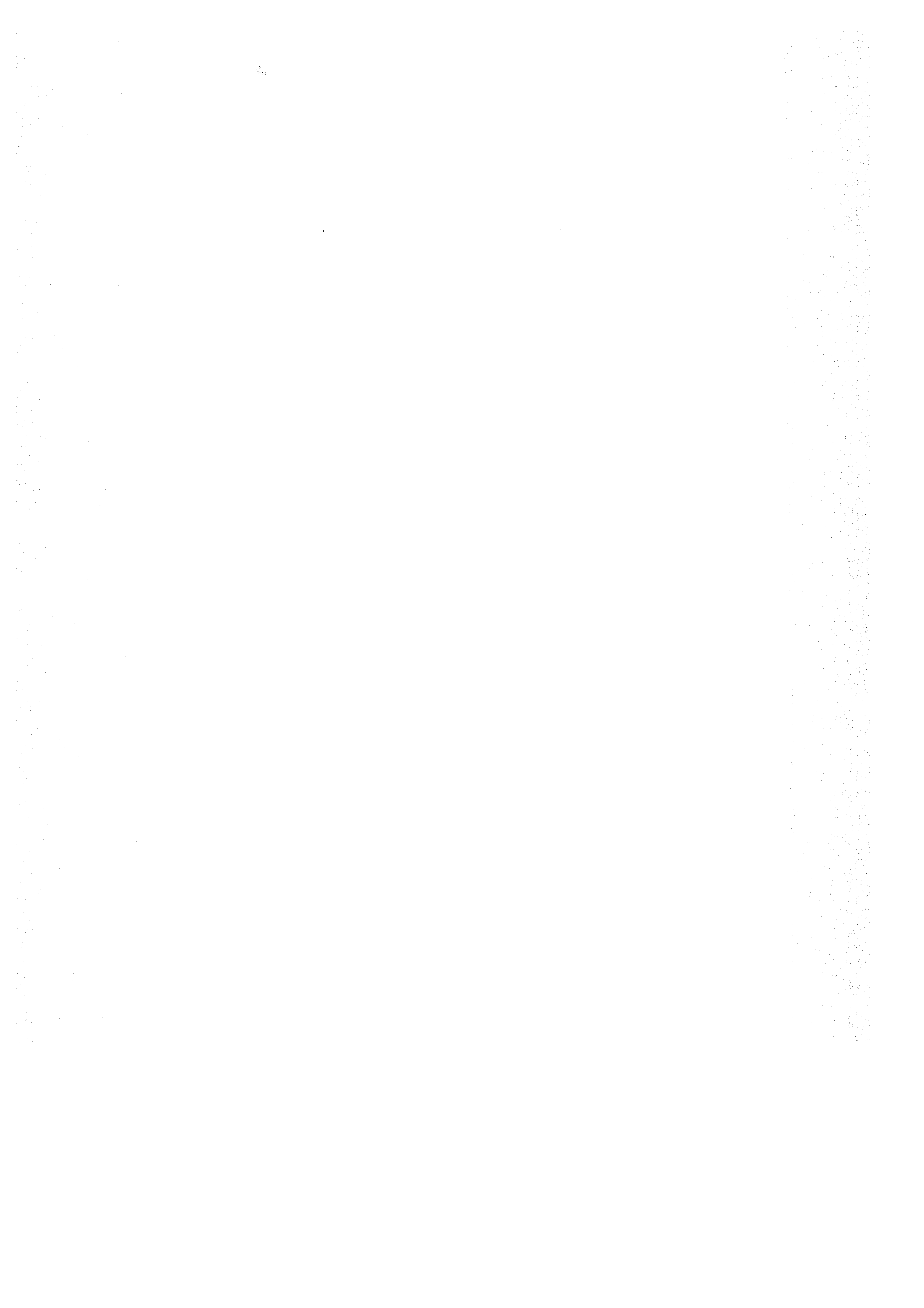
١٢، ١٦، ٢٣

(٤-٥) احسب الانحراف الربيعى (نصف المدى الارباعى) للبيانات المبينة فى الجدول التالى:

ف	٣-	٦-	٩-	١٢-	١٥-	١٨-٢١
ك	١٠	٢٠	٣٠	٢٠	٣٠	٢٠

(٤-٦) احسب معامل الاختلاف للبيانات الموضحة بالتوزيع التكراری التالی:

ف	١٠-	٣٠-	٥٠-	٧٠-	٩٠-	١١٠-١٣٠
ك	١٥	١٠	٣٠	٢٠	١٠	١٥

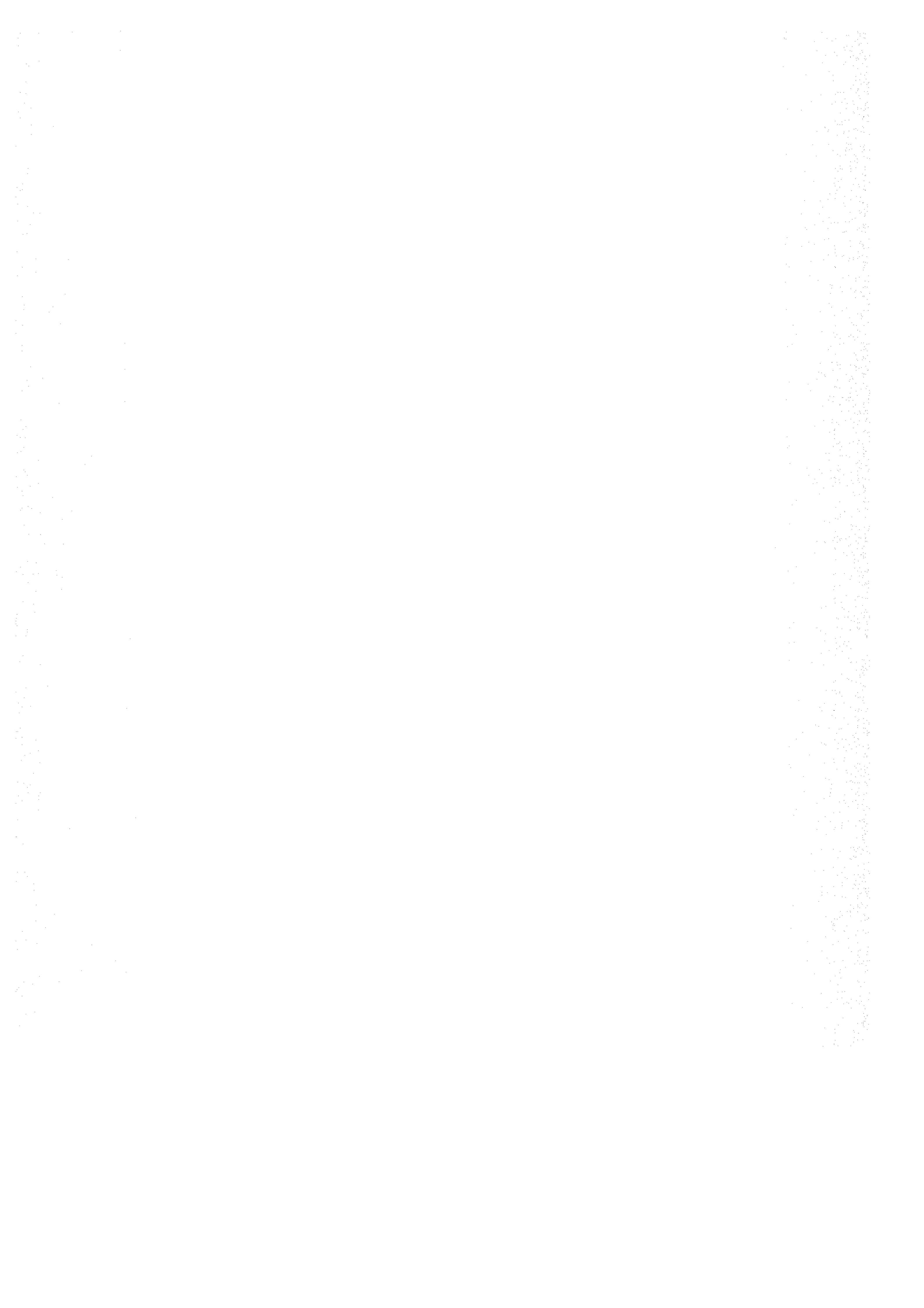


الفصل الخامس

المعَايير الاحصَائيَّة السيكولوجية للتوزيعات التكراريَّة
Psychological and Statistical Norms for Frequency Distributions

التوزيع الإعتَدالى Normal Distribution

أهم المعايير الإحصائية النفسية للتوزيعات التكرارية



يعتبر تقويم (Evaluation) المعلم لتلاميذه فى النواحى التحصيلية والعقلية والانفعالية المختلفة من أهم مجالات التقويم النفسى والتربوى. ويلجأ المعلم فى سبيل ذلك إلى قياس قدرات التلاميذ التحصيلية والعقلية وقياس سماتهم المزاجية أيضاً. ويقوم المعلم بهذه العملية، عملية القياس، للتعرف على مستويات (Standards) التلاميذ التحصيلية والعقلية من أجل توجيه عملية التعلم (Learning) المدرسى توجيهاً سليماً بالإضافة إلى التعرف على السمات المزاجية للتلاميذ الذى يساعد على توجيه التلاميذ من النواحى النفسية والتربوية المختلفة. ويستخدم المعلم معيار (Norm) معين لتحديد درجة أداء الفرد بالنسبة لغيره من الأفراد أو بالنسبة للمجتمع الذى ينتمى إليه، وذلك لتحقيق غرض توجيه التعلم المدرسى توجيهاً سليماً.

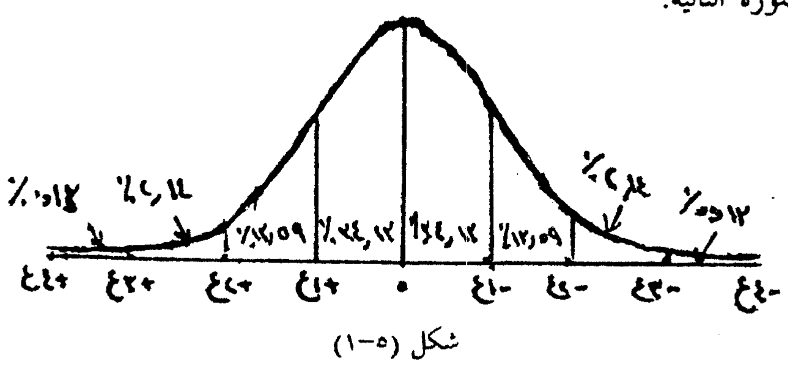
وفى الحالات التى يستخدم فيها الاختبار لأكثر من مرحلة عمرية أو لأكثر من مستوى تعليمى فإن المعايير ينبغى أن تتدرج حسب مستويات العمر أو الدراسة أو غيرها. فيكون لكل عمر زمنى أو مستوى تعليمى معيار تقاس عليه درجات أفراد العمر الواحد أو المستوى الدراسى الواحد. إن درجات الأفراد فى الاختبارات النفسية والتربوية المختلفة ليس لها معنى إلا إذا كان هناك المعيار الذى يمكن أن نقيس عليه هذه الدرجات ونحدد على ضوء هذا المقياس ما إذا كانت هذه الدرجات مرتفعة أو متوسطة أو منخفضة عن المستوى العادى للأفراد الذين هم فى سن هذا الشخص وظروفه.

وسيتعرض المؤلف فى هذا الفصل إلى التوزيع التكرارى الإعتدالىNormal Distribution قبل استعراض المعايير الإحصائية النفسية بأنواعها المختلفة وطرق استخدامها.

التوزيع الإعتدالى وخصائصه

مقـــدمة:

إن غالبية الطرق الإحصائية المستخدمة فى الإحصاء الوصفى تقوم على أساس افتراض أن المتغيرات الإحصائية تتوزع توزيعاً اعتدالياً ويتخذ شكل هذا التوزيع الصورة التالية:



شكل (٥-١)

ويسمى الشكل (٥-١) بالمنحنى الإعتدالى أو المنحنى المعتدل وهذا المنحنى يلائم جميع المتغيرات الإحصائية التى يكون توزيعها طبيعياً، ولكن فى الحياة العملية نلاحظ أن بعض المتغيرات الإحصائية التى تتوزع توزيعاً يبتعد عن شكل هذا المنحنى وكلما زاد عدد عناصر العينة التى يأخذها الباحث زيادة كبيرة فإن توزيع هذه المتغيرات يقترب اقتراباً كبيراً من التوزيع المعتدل.

المقاييس التى تناسب المنحنى الإعتدالى:

يفترض فى البيانات التى يجمعها الباحث فى العلوم التربوية والسلوكية والاجتماعية، أن توزيعها يلائم المنحنى الإعتدالى، وهذا الافتراض يقوم أساساً على نظرية النزعة المركزية التى تؤكد أننا إذا اخترنا عدداً كبيراً جداً من العينات عشوائياً من المجتمع موضع الدراسة، وكان حجم كل عينة من هذه العينات كبيراً جداً ومساوياً لحجم كل عينة من العينات الأخرى التى تم اختيارها عشوائياً.

فإن متوسطات هذه العينات تتوزع توزيعاً اعتدالياً حول المتوسط الحسابى للمجتمع كله.

وبصفة عامة فإن التوزيع الإعتدالى يتميز ببعض الخصائص العامة والتى يمكن إجمالها فيما يلى:

خصائص المنحنى الإعتدالى:

١ - يمثل التوزيع الإعتدالى بيانياً بمنحنى جرسى كما هو موضح بأشكال (٤-١)، (٥-١).

٢ - لا يتأثر شكل المنحنى الاعتدالى بعدد العناصر التى تدخل فى التوزيع.

٣ - منحنى التوزيع الإعتدالى هو منحنى متماثل حول الخط الرأسى المار بنقطة رأس المنحنى أى يوجد ٥٠٪ من التوزيع على يمين هذا الخط الرأسى (محور التماثل) ويوجد ٥٠٪ من التوزيع على يساره.

هذا وإذا ابتعدنا عن محور التماثل يميناً أو يساراً بمسافات متساوية فإن التوزيعين على اليمين وعلى اليسار يكون لهما نفس النسبة المئوية.

٤ - يتركز حول محور التماثل فى التوزيع الإعتدالى أكبر عدد من البيانات الإحصائية ويقل العدد بالتدريج كلما بعدنا عن محور التماثل يميناً أو يساراً

٥ - لايوجد حد أعلى ولاحد أدنى للتوزيع الإعتدالى وكلما ابتعدت العناصر عن رأس التوزيع الإعتدالى كلما زادت فرص حدوثها وكلما اقتربت من ذيل المنحنى بعداً عن محور التماثل كلما قلت فرص حدوث هذه العناصر إلى الحد الذى يمكن فيه إهمالها.

٦ - جميع مقاييس النزعة المركزية (المتوسط الحسابى - الوسيط - المنوال) تقع على نفس البعد من محور التماثل يمينه أو يساره.

المنحنى الإعتدالى المعيارى Standardized Normal Curve

يسمى المنحنى الإعتدالى الذى يرسم باستخدام الدرجات المعارية للاختبارات التربوية والنفسية المختلفة بالمنحنى الإعتدالى المعيارى. وهذا المنحنى يفيد فى دراسة الإحصاء الوصفى لما يتميز به من خصائص إحصائية.

خصائص المنحنى الإعتدالى المعيارى:

١ - متوسط الدرجات يساوى صفراً.
٢ - الانحراف المعيارى يساوى ١.
٣ - المساحة المحصورة بينه وبين المحور الأفقى (محور س) تساوى ١,٠٠.

المساحات تحت المنحنى الإعتدالى:

حيث أن المنحنى الإعتدالى يستخدم كثيراً فى التفسير الإحصائى لدرجات الاختبارات النفسية فإن الكاتب قد أعد حساب للمساحات التى تقع تحت هذا المنحنى فى جداول خاصة ألحقها بهذا الكتاب يمكن الرجوع إلى الملحق رقم(١).

فى هذه الجداول نلاحظ أن العمود الأول يمثل قيمة الدرجات المعيارية (ذ)، وهنا تجدر الإشارة إلى أن الدرجات الموجبة فقط هى التى دونت فى الجداول المشار إليها لأن قيم الدرجات السالبة هى نفسها قيم الدرجات الموجبة ما عدا تغيير الإشارة.

أما العمود الثانى فى هذا الجدول فإنه يوضح المساحات التى تحت المنحنى الإعتدالى المحصورة بين المتوسط والنقط التى تبين درجات الانحراف المعيارى.

والعمود الثالث فى هذه الجداول يعطى المساحات تحت المنحنى الإعتدالى والتى تقع خلف درجة معيارية معينة فى اتجاه واحد.

ومن هذا الجدول يمكن حساب المساحة الواقعة تحت المنحنى الإعتدالى بين أى درجتين معيارتين.

ولتوضيح طريقة استخدام الجداول المخصصة للمساحات الواقعة تحت المنحنى الإعتدالى بين أى درجتين معيارتين نفترض أننا حصلنا على درجات مجموعة من التلاميذ فى أحد الاختبارات التحصيلية وحولناها الى درجات معيارية لها توزيع تكرارى معتدل وكان متوسط هذه الدرجات هو ٥٠ والانحراف المعيارى لها هو ١٥ فما قيمة المساحة التى تقع تحت الدرجات التى تزيد عن ٦٦؟

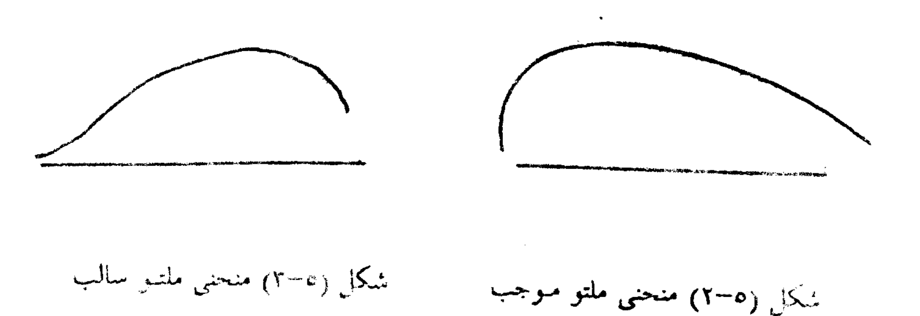
ولحساب قيمة المساحة التى تقع تحت الدرجات التى تزيد عن ٦٦ نحول هذه الدرجة إلى درجة معيارية كما يلى:

$$\Rightarrow \frac{٦٦ - ٥٠}{١٥} = \frac{١٦}{١٥} = ١٫٠٧$$

وبالرجوع إلى جدول المساحات أسفل المنحنى الإعتدالى فإننا سنحصل على القيمة من العمود الثالث الذى يمثل المساحة خلف الدرجة المعطاه فنجد أن قيمتها فى الجدول ٠,١٤٢٣ وهى قيمة أكثر قليلاً من ١٤٪ من درجات الاختبار التحصيلى فى توزيع الدرجات الإعتدالى أى أن هذه النسبة تبين نسبة عدد الحاصلين على أكثر من ٦٦ درجة فى التوزيع الإعتدالى لدرجات الاختبار.

الالتـــــواء Skewness

بعد أن رأينا أهمية التوزيع التكرارى الإعتدالى وعرفنا خصائصه، وتجدر الإشارة إلى أن المنحنى الإعتدالى المعيارى نادر الحدوث من الناحية العملية، ولكننا نحصل عادة على منحن إما قريب من التماثل أى قريب من المنحنى الإعتدالى المعيارى أو منحن ملتو. وقد يكون الالتواء موجباً أو سالباً والأشكال التالية تبين المنحيات الملتوية الموجبة والسالبة.



شكل (٥-٢) منحنى ملتو موجب

شكل (٥-٣) منحنى ملتو سالب

ولقياس درجة إلتواء المنحن سواء كان هذا الالتواء سالباً أو موجباً فإنه توجد ثلاثة مقاييس للالتواء يمكن استخدام أى منها. وهذه المقاييس يرمز لها بالرموز ت١، ت٢، ت٣ على الترتيب. ويمكن حساب كل منهما كما يلى:

$$\text{(١) ت١} = \frac{\text{المتوسط الحسابى} - \text{المنوال}}{\text{الإنحراف المعيارى}}$$

وهذه المعادلة أيضاً تسمى معامل بيرسون الأول للالتواء.

$$\text{(٢) ت٢} = \frac{\text{٣ (المتوسط الحسابى} - \text{الوسيط)}}{\text{الإنحراف المعيارى}}$$

وهذه المعادله أيضاً تسمى معامل بيرسون الثانى للإلتواء

$$\text{(٣) ت٣} = \frac{\text{(الإرباعى الأعلى} - \text{الوسيط)} - \text{(الوسيط} - \text{الإرباعى الأدنى)}}{\text{الإرباعى الأعلى} - \text{الوسيط)} + \text{الوسيط} - \text{الإرباعى الأدنى)}}$$

مثال (٥-١):

أوجد معامل إلتواء المنحنى الناتج من التوزيع التكرارى للبيانات التالية:

ف	١٠-	٣٠-	٥٠-	٧٠-	٩٠-
ك	١٥	٢٠	٣٠	٢٠	١٥

الحـــل

أولاً: حساب المتوسط الحسابى

	ك	مراكز الفئات (س)	سك	ح	ح^{٢}	ح ك	ح^{٢}ك
١٠-	١٥	٢٠	٣٠٠	-٤٠	١٦٠٠	-٦٠٠	٢٤٠٠٠
٣٠-	٢٠	٤٠	٨٠٠	-٢٠	٤٠٠	-٤٠٠	٨٠٠٠
٥٠-	٣٠	٦٠	١٨٠٠	٠	٠	٠	٠
٧٠-	٢٠	٨٠	١٦٠٠	+٢٠	٤٠٠	٤٠٠	٨٠٠٠
٩٠-	١٥	١٠٠	١٥٠٠	+٤٠	١٦٠٠	٦٠٠	٢٤٠٠٠
	١٠٠		٦٠٠٠				٦٤٠٠٠

$$\bar{\text{س}} = \frac{\text{مجـ س ك}}{\text{مجـ ك}} = \frac{٦٠٠٠}{١٠٠} = ٦٠$$

$$\text{ع} = \sqrt{\frac{\text{مجـ ح}^{٢}\text{ك}}{\text{ن}} - \left(\frac{\text{مجـ ح ك}}{\text{ن}}\right)^{٢}}$$

$$\text{ع} = \sqrt{\frac{٦٤٠٠٠}{١٠٠} - \text{صفر}} = \sqrt{٦٤٠} = ٢٥,٣$$

ثانياً: حساب الوسيط

ف	ك	أقل من الحدود	التكرار المتجمع
١٠-	١٥	أقل من ٣٠	١٥
٣٠-	٢٠	أقل من ٥٠	٣٥
٥٠-	٣٠	أقل من ٧٠	٦٥
٧٠-	٢٠	أقل من ٩٠	٨٥
٩٠-	١٥	أقل من ١٠٠	١٠٠
	١٠٠		

ترتيب الوسيط = $\frac{١٠٠}{٢}$ = ٥٠

الوسيط = ٥٠ + $\frac{٥٠ - ٣٥}{٦٥ - ٣٥}$ × ٢٠

= ٥٠ + $\frac{١٥}{٣٠}$ × ٢٠ = ٦٠

المنوال = ٣ × الوسيط − ٢ × المتوسط

= ٣ × ٦٠ − ٦٠ × ٦٠ = ٦٠

٢

ترتيب الأرباعي الأدنى = $\frac{مجـك}{٤}$ = $\frac{١٠٠}{٤}$ = ٢٥

ترتيب الأرباعي الأعلى = $\frac{٣ك}{٤}$ = $\frac{٣×١٠٠}{٤}$ = ٧٥

$$\text{قيمة الأرباعى الأدنى} = ٣٠ + \frac{٢٥ - ١٥}{٣٥ - ١٥} = ٢٠$$

$$= ٣٠ + \frac{١٠}{٢٠} \times ٢٠ = ٤٠$$

$$\text{قيمة الأرباعى الأعلى} = ٧٠ + \frac{٧٥ - ٦٥}{٨٥ - ٦٥} \times ٢٠$$

$$= ٧٠ + \frac{١٠}{٢٠} \times ٢٠ = ٨٠$$

$$\text{ت}١ = \frac{\text{المتوسط الحسابى} - \text{المنوال}}{\text{الإنحراف المعيارى}}$$

$$= \frac{٦٠ - ٦٠}{٨} \quad \text{صفر}$$

$$\text{ت}٢ = \frac{٣(\text{المتوسط الحسابى} - \text{الوسيط})}{\text{الإنحراف المعيارى}}$$

$$= \frac{(٦٠ - ٦٠)}{٨} = \text{صفر}$$

$$\text{ت}٣ = \frac{(\text{الإرباعى الأدنى} - \text{الوسيط}) - (\text{الوسيط} - \text{الإرباعى الأدنى})}{(\text{الإرباعى الأعلى} - \text{الوسيط}) + (\text{الوسيط} - \text{الإرباعى الأدنى})}$$

$$= \frac{(٨٠ - ٦٠) - (٦٠ - ٤٠)}{(٨٠ - ٦٠) + (٦٠ - ٤٠)} = \text{صفر}$$

ويلاحظ أن قيمة الالتواء تساوى صفر باستخدام الطرق الثلاثة السابقة، ومعنى ذلك أن البيانات يمكن تمثيلها بيانياً بمنحن ينطبق تماماً على المنحنى الإعتدالى

والمثال (٥-١) يوضح خصائص المنحنى الإعتدالى ويحققها كما سبق استعراضها فى هذا الفصل وهذه الخصائص تتضح من تساوى مقاييس النزعة المركزية الثلاثة فكل منها يساوى ٦٠.

مثال (٥-٢):

احسب معامل الالتواء للتوزيع التكرارى التالى وذلك باستخدام طرق معامل بيرسون الأول ومعامل بيرسون الثانى وكذلك طريقة الارباعين الأعلى والأدنى والوسيط للتوزيع التكرارى التالى:

ف	١٦-	٢١-	٢٦-	٣١-	٣٦-	٤١-	٤٦-
ك	٨٠	٤٤	١٠٠	٢٠٠	٤٠	٢٠	١٦

الحـــل

الجدول التالى يبين التوزيع التكرارى المتجمع التصاعدى للبيانات المعطاة:

ف	ك	التكرار المتجمع التصاعد
١٦-	٨٠	٨٠
٢١-	٤٤	١٢٤
٢٦-	١٠٠	٢٢٤
٣١-	٢٠٠	٤٢٤
٣٦-	٤٠	٤٦٤
٤١-	٢٠	٤٨٤
٤٦-	١٦	٥٠٠
	٥٠٠	

ترتيب الإرباعى الأدنى $= \frac{\text{مجـك}}{٤} = \frac{٥٠٠}{٤} = ١٢٥$

قيمة الإرباعى الأدنى $= ٢٦ + \frac{١٢٥ - ١٢٤}{٢٢٤ - ١٢٤} \times ٥$

$= ٢٦ + \frac{١}{١٠٠} \times ٥ = ٢٦,٠٥$

ترتيب الوسيط $= \frac{٥٠٠}{٢} = ٢٥٠$

قيمة الوسيط $= ٣١ + \frac{٢٥٠ - ٢٢٤}{٤٣٤ - ٢٣٤} \times ٥$

$= ٣١ + \frac{٢٦}{٢٠٠} \times ٥ = ٣١,٦٥$

ترتيب الإرباعى الأعلى $= \frac{٣ \text{ مجـك}}{٤} = \frac{٣ \times ٥٠٠}{٤} = ٣٧٥$

قيمة الإرباعى الأعلى $= ٣١ + \frac{٣٧٥ - ٢٢٤}{٤٣٤ - ٢٢٤} \times ٥$

$= ٣١ + \frac{١٥١}{٢٠٠} \times ٥ = ٣٤,٧٧٥$

ولحساب المتوسط الحسابى والانحراف المعيارى نقوم بإعداد الجدول التالى:

ف	ك	مراكز	س ك	ح	$ح^2$	ح ك	$ح^2$ ك
١٦–	٨٠	١٨.٥	١٤٨٠	١٢–	١٤٤	٩٦–	١١٥٢٠
٢١–	٤٤	٢٣.٥	١٠٣٤	٧–	٤٩	٣٠٨–	٢٠٥٦
٢٦–	١٠٠	٢٨.٥	٢٨٥٠	٢–	٤	٢٠٠–	٤٠٠
٣١–	٢٠٠	٣٣.٥	٦٧٠٠	٣	٩	٦٠٠	١٨٠٠
٣٦–	٤٠	٣٨.٥	١٥٤٠	٨	٦٤	٣٢٠	٢٥٦٠
٤١–	٢٠	٤٣.٥	٨٧٠	١٣	١٦٩	٢٦٠	٣٣٨٠
٤٦–	١٦	٤٨.٥	٧٧٦	١٨	٣٢٤	٢٨٨	٤١٨٤
	٥٠٠		١٥٢٥٠			صفر	٢٥٩٠٠

$$\text{س}' = \frac{\text{محـك س}}{\text{محـك}} = \frac{١٥٢٥٠}{٥٠٠} = ٣٠,٥$$

$$\text{، ع} = \sqrt{\frac{\text{محـح}^2\text{ك}}{\text{ن}} - \left(\frac{\text{محـح ك}}{\text{ن}}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{٢٥٩٠٠}{٥٠٠} - \text{صفر}} = \sqrt{٥١,٨} = ٧,٢$$

المنوال = ٣ × الوسيط – ٢ × المتوسط

$$= ٣ \times ٣١,٦٥ - ٢ \times ٣٠,٥$$

$$= ٩٤,٩٥ - ٦١ = ٣٣,٩٥$$

معامل بيرسون الأول للألتواء = $\frac{\text{المتوسط الحسابى - المنوال}}{\text{الإنحراف المعيارى}}$

∴ معـــامـــل بيرســـون الأول = $\frac{٣٣,٩٥ - ٣٠,٥٠}{٧,٢}$

= $\frac{-٣,٤٥}{٧,٢}$ = -٠,٤٨

∴ معامل بيرسون الثانى للألتواء = $\frac{\text{٣(المتوسط الحسابى - الوسيط)}}{\text{الإنحراف المعيارى}}$

= $\frac{٣(٣١,٦٥ - ٣٠,٥)}{٧,٢}$ = -٠,٤٨

معادلة حساب الالتواء باستخدام الارباعين الأدنى والأعلى والوسيط هى:

الألتواء = $\frac{\text{(الإرباعى الأعلى - الوسيط) - (الوسيط - الإرباعى الأول)}}{\text{(الإرباعى الأعلى - الوسيط) + (الوسيط + الإرباعى الأول)}}$

= $\frac{(٣٤,٧٨ - ٣١,٦٥) - (٣١,٦٥ - ٢٦,٠٥)}{(٣٤,٧٨ - ٣١,٦٥) + (٣١,٦٥ - ٢٦,٠٥)}$

= $\frac{٣,١٣ - ٥,٦٠}{٣,١٣ + ٥,٦}$ = $\frac{-٢,٤٧}{٨,٧٣}$ = -٠,٢٨

مما سبق يتضح أن إلتواء التوزيع التكرارى السابق هو التواء سالب وصغير.

المعايير النفسيّة للتوزيعات التكراريّة

يمكن تصنيف المعايير النفسية للتوزيعات التكرارية إلى نوعين رئيسيين هما:

أ - معايير تعتمد على التوزيعات التكرارية التجريبية وهى:

١ - معايير العمر.

٢ - معايير الفرق الدراسية.

٣ - المئينيات.

٤ - الدرجات المعيارية.

ب - معايير تعتمد على التوزيع التكرارى الإعتدالى وهى:

١ - المعيار التائى.

٢ - المعيار الجيمى.

٣ - السباعى المعيارى.

٤ - التساعى المعيارى.

وفيما يلى عرض موجز لكل نوع من هذه المعايير.

أولا: مَعايير تعتمد عَلى التوزيعَات التكراريَّة التجريبيَّة

(أ) معيار العمر Age Equivalent Norm

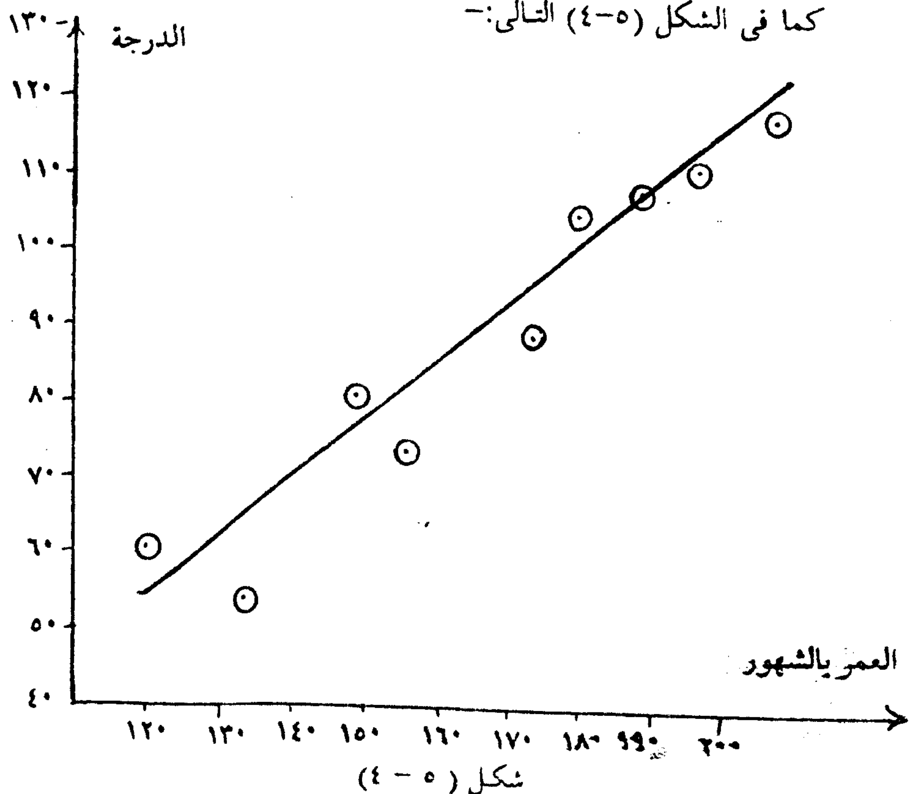
طريقة حساب معيار العمر

لحساب معيار العمر نتبع الخطوات التالية:

نطبق الاختبار النفسى أو التربوى على عينات من الأفراد من أعمار زمنية متتالية ويفضل أن تحول هذه الأعمار إلى الشهور وتحسب فئات الأعمار التى تمتد إلى سنه زمنية بحيث تبدأ من منتصف السنة السابقة لها وتمتد فى مداها إلى ما قبل منتصف السنة التالية لها بشهر واحد فمثلاً يحسب العمر الزمنى للطفل الذى يبلغ من العممر ١٢ سنة من ١١ سنة و٦ شهور إلى ١٢ سنة و٥

شهور أى من ١٥٠ إلى ١٦١ شهراً أى أن مدى كل عمر ١٢ شهر.

- يحسب التوزيع التكرارى لدرجات الأفراد فى كل فئة من الفئات العمرية ثم يحسب من ذلك التكرار، المتوسط الحسابى لدرجات هؤلاء الأفراد.
- يرسم خط بيانى ليدل على العلاقة بين متوسط الدرجات والاعمار الزمنية كما فى الشكل (٥-٤) التالى:-



شكل (٥ - ٤)

من الشكل السابق يمكن تعيين درجات الاختبار إذا عرفنا عمر فرد معين وهذا يفيد عند تطبيق اختبار يقيس القدرة العددية مثلاً فإنه يمكن حساب النسبة العقلية العددية من المعادلة التالية:

$$\text{النسب العقلية العددية} = \frac{\text{العمر العددى العقلى}}{\text{العمر الزمنى}} \times ١٠٠$$

هذا وقد لخص فؤاد البهى السيد (١٩٧٩) نسبة الذكاء والنسبة التعليمية والنسبة التحصيلية على النحو التالى:

$$\text{النسب العقلية العددية} = \frac{\text{العمر العددى العقلى}}{\text{العمر الزمنى}} \times ١٠٠$$

$$١ - \text{نسبة الذكاء} = \frac{\text{العمر العددى العقلى}}{\text{العمر الزمنى}} \times ١٠٠$$

$$٢ - \text{النسبة التعليمية} = \frac{\text{العمر التحصيلى}}{\text{العمر الزمنى}} \times ١٠٠$$

$$٣ - \text{النسبة التحصيلية} = \frac{\text{النسبة التعليمية}}{\text{نسبة الذكاء}} \times ١٠٠$$

$$= \frac{\text{العمر التحصيلى}}{\text{العمر العقلى}} \times ١٠٠$$

عيوب معايير العمر:

يعاب على معايير العمر الزمنى أنها تعتمد فقط على الأعمار الزمنية، وإذا استخدمت فى النواحى التحصيلية، فطالب الفرقة الثانية بالمرحلة المتوسطة البالغ من العمر ١٢ سنة لابد وأن يتفوق على طالب الفرقة الأولى البالغ من العمر ١٢ سنة أيضاً. أى أن الاختبار يضير الطالب الذى عمره ١٢ سنة ومقيداً بالصف الأول المتوسط لأنه إذا كان هذا الاختبار من النوع التحصيلى فإنه يعتمد فى جوهره على ما درسه طالب الصف الثانى المتوسط ولم يدرسه طالب الصف الأول بالرغم من تساويهما فى العمر الزمنى، ولكن إذا كان الاختبار متحرراً من النواحى التحصيلية المدرسية كأن يقيس القدرات العقلية العامة مثلاً فإن الاختبار يكون صالحاً لتحديد تلك المعايير. وفيما يلى موجز لأهم عيوب معيار العمر:

١- النمو العقلى أو التحصيلى لايساير تماماً النمو الزمنى للأفراد ومن هنا فإن النسبة لاتظل ثابتة.

٢ - إن نمو الذكاء لا يستمر مدى حياة الانسان ولكنه يقف عند سن معين ولذلك فمهما تقدم عمر الفرد فإننا نفترض حداً ثابتاً لنموه الزمنى وهو السن الذى يتوقف عنده الذكاء.

٣ - النمو التحصيلى لايستمر فى النمو طوال العام بمعدلات ثابتة ولكنه يختلف من مقرر دراسى إلى مقرر آخر.

(ب) معيار الفرق الدراسية:

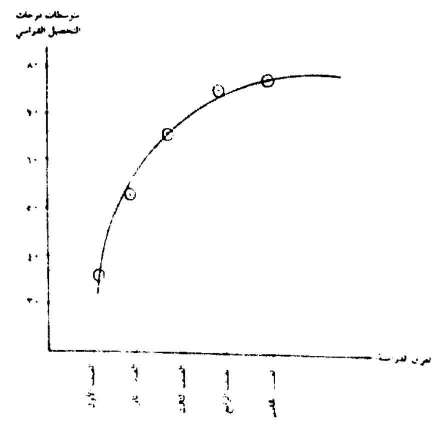
طريقة حساب معيار الفرق الدراسية:

١ - يطبق الاختبار، المراد عمل معيار للفرق الدراسية على أساسه، على عينة كبيرة من التلاميذ ويشترط أن تكون هذه العينة ممثلة للصفوف المختلفة فى وقت واحدا.

٢ - يحسب المتوسط الحسابى لتحصيل التلاميذ فى كل فرقة دراسية.

٣ - يعمل تمثيل بيانى لمتوسطات هذه الدرجات بحيث تمثل الفرق الدراسية على المحور الأفقى والمتوسطات الحسابيَة على المحور الرأسى.

٤ - يرسم منحنى أملس بحيث يمر تقريباً من مواضع النقط الممثلة للمتوسطات الحسابية كما فى الشكل (٥-٥) التالى:-



شكل (٥-٥) رسم بيانى لمتوسطات درجات التحصيل الدراسى للتلاميذ فى الفرق المختلفة

٥ – نمد المنحنى السابق من طرفيه الأعلى والأدنى.

٦ – يستخدم المنحنى السابق فى تحديد معيار الفرقة التى تتفق مع درجة كل تلميذ.

هذا ونقسم المسافة بين كل فرقة وأخرى إلى عشرة أقسام إذ أن هذا التقسيم يتفق مع شهور السنة الدراسية التى تبدأ فى شهر سبتمبر وتنتهى فى شهر يونيو. وهذه الفترة هى تسع شهور كل مهنا يمثل جزء من العشرة أقسام التى تفصل بين الفرقة والأخرى أما القسم العاشر فيمثل فترة الإجازة الصيفية ومدتها ٣ شهور ولكنها ممثلة بشهر واحد فقط على افتراض أن النمو الحادث فى خلال هذه الشهور الثلاثة يعادل نمو شهر واحد أثناء الدراسة.

عيوب معايير الفرق الدراسية

بالرغم من أن معايير الفرق الدراسية تعد من أهم معايير التحصيل فى المرحلة الابتدائية وأن هذه المعايير تتميز بالسهولة إلا أنه يؤخذ عليها المآخذ التالية:

(١) هذه المعايير تفترض أن معدل النمو منتظم طوال السنة الدراسية وتفترض أن الثلاثة شهور التى تمثل الاجازة الصيفية تمثل النمو الدراسى لشهر واحد من شهور الدراسة. وهذا لايتفق مع حقائق النمو المعرفى، فالقدرة على القراءة مثلاً ترتبط بالنمو العقلى للتلميذ والنمو العقلى مستمر طوال العام. أما تعلم الحساب فإنه يتأثر بفترة الدراسة فقط بل أن عوامل النسيان نتيجة الإجازة الصيفية الطويلة قد تؤخر النمو فى القدرة الحسابية وأن التلميذ أثناء العام الدراسى يكون أسرع فى نهاية العام عن بدايته وهذا يثبت عدم دقة افتراض أن النمو مستمر ومنتظم طوال العام.

(٢) إنه من الصعوبة عمل معايير تمتد إلى مدى كبير من التلاميذ الذين يؤدون الامتحان، بل نحصل على معايير الدرجات العليا والدرجات الدنيا بطريق غير مباشر وهو استكمال المنحنى فى كل من طرفيه الأعلى والأدنى.

(٣) إذا فرضنا استكمال المنحنى فإنه من الصعب تفسير الدرجات الواقعة فى الجزء المستكمل لأنها لا تمثل الواقع وإنما تمثل متوسطاً فرضياً.

(٤) معايير الفرق الدراسية غير دقيقة نظراً لأنها تفترض تساوى أوزان المقررات الدراسية التى وضعت هذه المعايير لتقييمها وكذلك تفترض تساوى الأهمية النسبية لهذه المقررات فى المنهج الدراسى بالفرقة الواحدة فى الفرق الدراسية المتعاقبة.

(ج) المئينيات Percentiles

نتبع طريقة حساب المئين الواردة فى الفصل الرابع من هذا الكتاب ونوجزها فيما يلى:

١ – ننشىء جدولا ونكتب فيه الدرجات أو فئات الدرجات فى العمود الأول، ونكتب تكرار الدرجات أو فئات الدرجات فى العمود الثانى. هذا ونحسب التكرار المتجمع التصاعدى ويكتب فى العمود الثالث.

٢ – نحسب الترتيب المئينى أى عدد الدرجات التى تسبق المئين المطلوب وحتى هذا المئين.

يحسب المئين من المعادلة التالية:

$$\text{المئين} = \text{الحد الادنى للفئة المئينية} + \frac{\text{رتبة المئين} - \text{التكرار المتجمع التصاعدى للفئة المئينية}}{\text{تكرار الفئة المئينية}} \times \text{طول الفئة}$$

ويمكن حساب رتبة المئين باتباع الخطوات التالية:

١ – نبين عدد الأفراد الحاصلين على كل درجة من الدرجات.

٢ – نحسب التكرار المتجمع التصاعدى.

٣ – نحسب النسبة المئوية لعدد الأفراد الحاصلين على درجات أقل من كل درجة وذلك بقسمة عدد الأفراد الحاصلين على درجات أقل من كل درجة على المجموع الكلى.

٤ – نرسم الخط البيانى للنسبة المئوية للتكرار المتجمع التصاعدى.

٥ – من الرسم يمكن معرفة الترتيب المئينى لصاحب كل درجة.

فوائد المئينات والرتب المئينية:

١ – سهولة حسابها وسهولة تفسيرها من جانب الفاحص الذى لم يتدرب تدريبا كافياً على تفسير المعايير المختلفة والافادة من نتائج الاختبارات.

٢ – تستخدم الرتب المئينية فى عمل معايير الاختبارات الخاصة بالأطفال والراشدين على السواء.

٣ – يمكن جمع الرتب المئينية للحصول على المستوى التحصيلى العام.

٤ – يمكن مقارنة مستويات التلاميذ كما تحددها الرتب المئينية فى الاختبارات المختلفة.

عيوب المعايير المئينية:

من أهم عيوب المعايير المئينية ما يلى:

١ – عدم تساوى وحدات المعايير المئينية خصوصاً عند طرفى التوزيع التكرارى.

٢ – تزداد حساسية المئينيات للفروق بين الدرجات حول المتوسط بينما تقل حساسيتها للفروق المتطرفة فى الاتجاهين الموجب والسالب.

٣ – تعطى الدرجات المئينية صورة صادقة لمركز الفرد أو رتبته بين أفراد عينة التقنين ولكنها لا تبين مقدار الفرق بين درجته ودرجات الأفراد الآخرين.

٤ – لاتصلح الدرجات المئينية فى حساب المتوسط ومعامل الارتباط وبعض المقاييس الاحصائية الأخرى لأن نتائج استخدامها تختلف عن نتائج المقاييس المئينية على الدرجات الخام.

٥ – إن المعايير المئينية تحتاج إلى عينات تقنين تمثل كل نوع خاص من أنواع المواقف والجماعات وهذا يزيد من صعوبة المعيار المئينى على نطاق واسع.

(د) الدرجات المعيارية:

عرفنا من الفصل الرابع من هذا الكتاب كيفية حساب الدرجات المعيارية من الدرجات الخام بمعلومية كل من المتوسط الحسابى والانحراف المعيارى للدرجات الخام، وعرفنا أيضاً أن الدرجة المعيارية تكون موجبة إذا كانت الدرجة الخام أكبر من المتوسط أما إذا كانت الدرجة الخام مساوية للمتوسط الحسابى فإن قيمة الدرجة المعيارية تكون صفراً. وتكون الدرجة المعيارية سالبة إذا كانت الدرجة المعيارية أقل من المتوسط.

وكما سبق أن ذكرنا أن الدرجة المعيارية يمكن حسابها من المعادلة التالية:

$$\text{الدرجة المعيارية} = \frac{\text{الدرجة} - \text{المتوسط}}{\text{الانحراف المعيارى}}$$

عيوب الدرجات المعيارية:

١ - كثرة عدد الدرجات السالبة.

٢ - كبر وحدة قياسها التى تساوى درجة معيارية واحدة على الأقل.

٣ - لاتصلح الدرجات المعيارية إلا إذا كانت الدرجات موزعة توزيعاً اعتدالياً أو قريبة من التوزيع الإعتدالى أو إذا كان التوزيعان المطلوب مقارنتهما لهما نفس الالتواء سالباً كان أم موجباً. وتصلح الدرجات المعيارية للمقارنة إذا كان التوزيع التكرارى لأحد الاختبارات أو بعضها ملتوياً سالبة كان أم موجباً.

قياس درجات اختبار على درجات اختبار آخر:

يمكن مقارنة درجات اختبار بدرجات اختبار آخر إذا حولنا توزيع الدرجات على طول المقياس فى أحدهما إلى صورة التوزيع الآخر، ويعتمد هذا التحويل على متوسط درجات الاختبارين وانحرافهما المعيارى.

ويمكن عمل هذا التحويل باستخدام المعادلة التالية:

$$\text{د} = \text{سَ}_{١} + \frac{\text{ع}_{١}}{\text{ع}_{٢}} (\text{س} - \text{سَ}_{٢})$$

حيث:

د = درجات الاختبار بعد قياسه على الاختبار الآخر الذى يسمى الاختبار المرجعى.

$\text{سَ}_{١}$ = المتوسط الحسابى للأختبار المرجعى.

$\text{ع}_{١}$ = الانحراف المعيارى للاختبار المرجعى.

$\text{سَ}_{٢}$ = المتوسط الحسابى للاختبار المراد تحويل درجاته.

$\text{ع}_{٢}$ = الانحراف المعيارى للاختبار المراد تحويل درجاته.

س = الدرجة المراد تحويلها.

ثانياً: مَعايير تعتمد على التوزيع التكرارى الإعتدالى

هذا النوع من المعايير يعتمد على التوزيع التكرارى الإعتدالى ومن هذه المعايير ما يلى:

(أ) المعيار التائى:

هو معيار يستخدم فى عمل معايير الاختبارات النفسية التحصيلية لأنه يتلافى كثيراً من عيوب معايير العمر والمئينيات والدرجات المعيارية ويعتمد هذا المعيار على المنحنى الإعتدالى المعيارى.

طريقة حساب المعيار التائى:

١ - نحسب الدرجات المعيارية من الدرجات الخام مما سبق أن أوضحنا طريقة الحساب.

٢ - تحول الدرجات المعيارية إلى درجات تائية باستخدام المعادلة التالية:

$$\text{ت} = ١٠\ \text{ذ} + ٥٠$$

حيث ت هى الدرجة التائية، د هى الدرجة المعيارية
وهذا المعيار انحرافه المعيارى ١٠ ومتوسطه ٥٠

(ب) المعيار الجيمى:

أنشأ هذا المعيار جيلفورد Gilford وهو معيار انحرافه المعيارى (ع = ٢) ومتوسطه تساوى ٥ ويبدأ تدريجه من الصفر وينتهى ١٠.

طريقة حساب المعيار الجيمى:

١ - نحسب الدرجة المعيارية (د) كما سبق.

٢ - نحسب الدرجة الجيمية (جـ) من المعادلة التالية:

جـ = ٢ د + ٥

حيث جـ هى الدرجة الجيمية، د هى الدرجة المعيارية

٣ - يمكن حساب الدرجات الجيمية من الدرجات التائية باستخدام المعادلة

الدرجة الجيمية = (الدرجة التائية ÷ ٥) - ٥

(ج) السباعى المعيارى:

وهومعيار قام بتصميمه فؤاد البهى السيد ويتكون من سبع درجات ويصلح لقياس مستويات الفروق الفردية ذات النطاق الضيق ويحسب السباعى المعيارى من المعادلة التالية:

الدرجة المعيارية السباعية = ١,٣٣ x الدرجة المعيارية + ٤

ويمكن حساب الدرجة السباعية من المعيار التائى باستخدام المعادلة التالية:

الدرجة المعيارية السباعية = ١,٣٣ × ((ت - ٥) ÷ ١٠) + ٤

تمارين على الفصل الخامس

أوجد معاملات الالتواء للتوزيعات التكرارية التالية:

(٥-١)

ف	٨-	١٠-	١٢-	١٤-	١٦-١٨
ك	٦	٨	١٠	١٦	١٠

(٥-٢)

ف	١٠٠-	٢٠٠-	٣٠٠-	٤٠٠	
ك	١٤	٣٠	١٨	١٨	١٠

(٥-٣)

ف	٢-	٤-	٦-	٨-	١٠-١٢
ك	١٥	٢٥	٣٥	١٥	٢٠

(٥-٤)

حول الدرجات التالية إلى درجات معيارية:

أ - ٥، ٦، ٧، ٨، ٩

ب - ٢، ٣، ٧، ٥، ٦، ٨، ٩، ١٢

جـ - ٣، ٨، ١١، ١٢٢، ١٦

ثم حول الدرجات السابقة إلى درجات معيارية تائية ثم إلى درجات معيارية جيمية.

واحسب السباعى المعيارى لكل منها.

الفصل السادس

الارتبـــــــــاط	Correlation
١ - الارتباط الخطي	Leaner Corr.
٢ - الارتباط الجزئي	Partial Corr.
٣ - الارتباط المتعدد	Multiple Corr.
٤ - الارتباط الثنائي	Biserial Corr.
٥ - تطبيقات تربوية على معامل الارتباط	



الإرتباط الخطى

مقــدمــة:

إن أول من استخدم طريقة الارتباط الخطى فى مجال الاختبارات النفسية هو العالم النفسانى فرانسيس Francis Galton وكانت هذه من أكثر الطرق الإحصائية شيوعاً فى تحليل البيانات فى مجال علم النفس حيث أنها طريقة مفيدة فى النظرية الإحصائية فى القياس العقلى.

وتهدف طريقة الارتباط الخطى إلى تحديد درجة الإتفاق بين فئتين من المقاييس مثل الذكاء والتحصيل الدراسى. ويطلق على المعامل الرقمى للعلاقة بين المتغيرين اسم معامل الارتباط.

وإذا كان الهدف الأساسى من العلم هو دراسة وتحليل العلاقة بين المتغيرات التى يتعامل معها، فإن الارتباط هو الوسيلة الاحصائية التى تحقق هذا الهدف. ففى العلوم الطبيعية والعلوم البيولوجية يمكن تحديد العلاقات بين المتغيرات بملاحظة مقدار تأثير التغير فى إحداها على التغير فى آخر من تلك المتغيرات.

وفى العلوم السلوكية والتربوية والانسانية تكون المتغيرات التى يقوم الباحثون بدراستها متعلقة بخصائص الأفراد وعليه فلدراسة العلاقة بين المتغيرات يقوم الباحث بتطبيق عدة مقاييس على عدد من الأفراد. فعلى سبيل المثال إذا كان الباحث التربوى يريد دراسة العلاقة بين التحصيل الدراسى والاتجاهات نحو المدرسة لتلاميذ المرحلة الابتدائية، فإن عليه أن يعين ن من أزواج القياسات إحداها تحدد التحصيل الدراسى والأخرى تحدد الاتجاهات نحو المدرسة لكل فرد من عينة التلاميذ، من هذه القياسات يمكن تحديد ما إذا كانت علاقة بين التحصيل الدراسى والاتجاهات نحو المدرسة. فى هذه الحالة ينبغى أن نحدد شكل العلاقة بين المتغيرين فى صورة رياضية يمكن من خلالها التنبؤ بمثل هذه العلاقات ويمكن التعبير عنها بالتعبير الرياضى التالى:

ص = أس + ب حيث س،ص يمثلان المتغيران المستقل والتابع على التوالى وكل من أ ، ب يمكن تعيينها من نتائج الملاحظات أو تطبيق الاختبارات.

وصدق مدى التنبؤ الذى يمكن حسابه من المعادلة السابقة يمكن التعرف عليه ببعض الطرق العامة. أحد هذه الطرق هو حساب معامل الارتباط بين المتغيرين س،ص ودرجة العلاقة بين المتغيرين طبقا لهذه الطريقة هو معامل الارتباط ويرمز له بالرمز (ر). ومعامل الارتباط الذى نحصل عليه لايخبرنا فقط بدرجة العلاقة بين متغيرين ولكن يفيد أيضاً بالاضافة إلى المتوسط الحسابى والإنحراف العيارى فى إعطاء فرصة لكتابة معادلة خطية التنبؤ بقيم ص من قيم س والعكس.

وإذا كان أحد المتغيرات يتزايد كلما يتناقص المتغير الآخر يطلق على هذا النوع من الارتباط السالب. أما إذا كان أحد المتغيرين يزيد بزيادة الآخر فإن هذا الارتباط يسمى إرتباطاً موجباً والقيمة العظمى لمعامل الارتباط هو ± ١، فإذا كانت قيمته + ١ يكون هناك إرتباطا موجبا تاماً بين المتغيرين.

وإذا كانت قيمة معامل الارتباط -١ يكون هناك إرتباطا عكسيا تاماً. وإذا كانت قيمة معامل الارتباط صفر فهذا يعنى أنه لا يوجد علاقة بين المتغيرين. والارتباط لايعنى العلية أو السببية فى وجود العلاقة أو عدم وجودها.

تعريف معامل الارتباط Correlation Coefficient

يقصد بمعامل الارتباط أنه قياس احصائى يستخدم لبيان نوع العلاقة بين المتغيرات سواء كانت هذه العلاقة طردية أو عكسية.

أهم الخواص الاحصائية لمعامل الارتباط:

١ - قيمة معامل الارتباط العددية لاتزيد عن الواحد الصحيح وتنحصر جميع قيم معامل الارتباط بين +١، -١.

٢ - لايتأثر معامل الارتباط بزيادة أو نقصان درجات الاختبار بمقدار ثابت.

٣ - تتوقف قيمة معامل الارتباط على خصائص العينة فاختلاف العينات من حيث الحجم مثلاً يؤثر فى دلالة معامل الارتباط.

٤ - تتوقف قوة الارتباط بين ظاهرتين على طبيعة قياس كلٍّ من هاتين

الظاهرتين.

٥ - يتأثر معامل الارتباط بمدى تباين العينة، فمثلاً إذا تم حساب معامل الارتباط بين درجات مجموعة من الطلاب فى التحصيل المدرسى ودرجاتهم فى مقياس الاستعدادت المدرسية، فإن هذا الارتباط بالنسبة لجميع الطلاب يكون أقوى منه لدى المتفوقين دراسياً فقط.

مقاييس الارتباط:

فى كثير من الحالات يمكن حساب معامل الارتباط بطريقة العزوم (Product moment Corr.) التىتنسب إلى بيرسون Bearson فهو يمثل أفضل مقياس للعلاقة بين متغيرين وينبغى استخدامه فى هذه الحالات. وعلى أية حال فإن هناك طرقاً عديدة لحساب معامل الارتباط تزيد فى عددها عن عشرين طريقة فيما عدا الطرق المستخدمة فى قياس العلاقات غير الخطية كما سيتضح فيما بعد.

وهناك أسباب أربعة لتعدد طرق حساب معامل الارتباط هى:

١ - فى بعض الأحيان لا تتناسب البيانات المطلوب تحليلها احصائيا مع استخدام معادلة بيرسون لحساب معامل الارتباط.

٢ - قد تستخدم هذه الطرق بغرض اختصار الوقت، فمثل هذه الطرق ليست دقيقة بدرجة كافية وإنما توفر كثيراً من الوقت فى طريقة الحساب وهذه الطرق الأقل دقة تعطى فكرة أولية للباحث عن نوع العلاقة.

٣ - فى بعض الحالات يكون استخدام طريقة بيرسون فى حساب معامل الارتباط غير، مناسب فى حين وجود طرق أخرى ملائمة لقياس مقدار العلاقة بين المتغيرين.

٤ - يمكن تبسيط معادلة معامل الارتباط (ر) تحت شروط معينة وعليه فإن الطرق الأكثر بساطة تستخدم فى حساب معامل الارتباط وقد يطلق على هذه الطرق أسماء مختلفة. وبالرغم من ذلك فإن المعادلات المختصرة والمشتقة من معادلة بيرسون تعطى نفس النتيجة العددية لمعامل الارتباط.

طرق حساب معامل الارتباط الخطى

توجد طرق متعددة لحساب معامل الارتباط الخطى سنعرض لبعضها الأكثر شيوعاً والأسهل استخداماً فى البحوث النفسية والتربوية المختلفة مع توضيح كل طريقة ببعض الأمثلة التوضيحية.

(١) حساب معامل الارتباط بطريقة بيرسون Pearson

تسمى هذه الطريقة من طرق معامل الارتباط بطريقة العزوم Product Moment Correlation ويمكن حساب معامل الارتباط بهذه الطريقة عن طريق اتباع الخطوات التالية:

١ - احسب المتوسط الحسابى للدرجات س (سَ).

٢ - احسب المتوسط الحسابى للدرجات ص (صَ).

٣ - احسب إنحراف الدرجات س عن متوسطها سَ الذى نرمز له بالرمز حس.

٤ - إحسب (حص): انحراف الدرجات ص عن متوسطها.

٥ - إحسب ح^{2}س ثم اوجد مجموعها مجـ ح^{2}س

٦ - إحسب ح^{2}ص ثم أوجد مجموعها مجـ ح^{2}ص

٧ - احسب (حس) × (حص)

[illegible]

[illegible]

[illegible]

مثال (٦-١)

طبق إختباران أحدهما للذكاء والآخر للتحصيل الدراسى على عينة مكونة من ٦ تلاميذ بأحد المدارس الابتدائية وكانت درجاتهم كما هو مبين بالجدول التالى .. احسب معامل الارتباط بين س، ص).

درجات اختبار الذكاء (س)	١١٠	١١٠	٩٠	١٠٠	١٢٠	١٣٠
درجات الاختبار التحصيلى (ص)	٦٠	٥٠	٤٠	٦٠	٧٠	٨٠

الحـــل

س	ص	ح س	ح ص	ح س × ح ص	$ح^2 س$	$ح^2 ص$
١١٠	٦٠	٠	٠	٠	٠	٠
١١٠	٥٠	٠	-١٠	٠	٠	١٠٠
٩٠	٤٠	-٢٠	-٢٠	٤٠٠	٤٠٠	٤٠٠
١٠٠	٦٠	-١٠	٠	٠	١٠٠	١٠٠
١٢٠	٧٠	١٠	١٠	١٠٠	١٠٠	١٠٠
١٣٠	٨٠	٢٠	٢٠	٤٠٠	٤٠٠	٤٠٠
٦٦٠	٣٦٠			٩٠٠	١٠٠٠	١١٠٠

$$\bar{س} = \frac{٦٦٠}{٦} = ١١٠$$

$$\bar{ص} = \frac{٣٦٠}{٦} = ٦٠$$

$$ر = \frac{\text{مجـ ح س} \times \text{ح ص}}{\sqrt{\text{مجـ ح}^{٢}\text{ س} \times \text{مجـ ح}^{٢}\text{ ص}}}$$

$$ر = \frac{٩٠٠}{\sqrt{١١٠٠ \times ١٠٠٠}}$$

$$= \frac{٩}{\sqrt{١١٠}} = \frac{٩}{١٠,٤٩} = ٠,٨٥٧$$

وبالرجوع للملحق رقم (٢) عند درجات الحرية (ن-١) أى (٦-١) أى ٥ تكون رقمية قيمة (ر) الدالة احصائية عند مستوى ٠,٠١ هى ٠,٨٧٤ وهى أقل من قيمة (ر) المحسوبة ∴ توجد علاقة ذات دلالة إحصائية بين س، ص.

مثال (٦-٢)

أوجد معامل الارتباط بين س، ص الموضحة بالجدول التالى بطريقة بيرسون.

س	٤	٣	٢	٤	٦	٥
ص	٣	٦	٤	٥	٢	٤

الحـــــل

س	ص	ح س	ح ص	ح س × ح س	ح^{٢} س	ح^{٢} س
٤	٣	٠	-١	٠	٠	١
٣	٦	-١	٢	-٢	١	٤
٢	٤	-٢	٠	٠	٤	٠
٤	٥	٠	١	٠	٠	١
٦	٢	٢	-٢	-٤	٤	٤
٥	٤	١	٠	٠	١	٠
٢٤	٢٤			-٦	١٠	١٠

سَ = ٤   صَ = ٤

$$ر = \frac{\text{مجـ حس} \times \text{حص}}{\sqrt{\text{مجـ ح}^{2}\text{س} \times \text{مجـ ح}^{2}\text{ص}}}$$

$$ر = \frac{-٦}{١٠ \times ١٠} = -٠,٦$$

مثال (٦-٣)

أوجد معامل الارتباط بين درجات أربعة طلاب فى اختيارين للتفكير الابداعى بيانها كما يلى:

درجات الاختبار س	١٥٣	١٤٨	١٥١	١٤٩
درجات الاختبار ص	١٥٤	١٥٣	١٥١	١٥٤

الحـــل

بطرح ١٤٨ من درجات س، ١٥٠ من درجات ص يمكن التوصل إلى الجدول التالى:

س	٤	٠	٣	١
ص	٤	٣	١	٤

$\bar{س} = ٢$

$\bar{ص} = ٣$

س	ص	حس	حص	حس×حص	$ح^{2}$ س	$ح^{2}$ ص
٤	٤	٢	١	٢	٤	١
٠	٣	-٢	٠	٠	٤	٠
٣	١	١	-٢	-٢	١	٤
١	٤	-١	١	-١	١	١
٨	١٢	٠	٠	-١	١٠	٦

$$ر = \frac{مجـ حس \times حص}{\sqrt{مجـ ح^{٢}س \times مجـ ح^{٢}ص}}$$

$$ر = \frac{-١}{١٠ \times ٦} = -٠,١٣$$

مثـــال (٦-٤):

طبق اختباران أحدهما للغة العربية والآخر للرياضيات على تلاميذ لفصل مكون من ١٠ تلاميذ بأحد المدارس الابتدائية وكانت درجات التلاميذ فى الاختبارين كما هو مبين فى الجدول التالى:

درجات الاختبار الأول (س)	٣٧	٤١	٤٨	٣٢	٣٦	٣٠	٤٠	٤٥	٣٩	٣٤
درجات الاختبار الثانى (ص)	٧٥	٧٨	٨٨	٨٠	٧٨	٧١	٧٥	٨٣	٧٤	٧٤

حــــل

س	ص	حس	حص	حس×حص	خ٢س	ح٢ص
٣٧	٧٥	١,٢-	٢,٦-	٣,١	١,٤	٦,٨
٤١	٧٨	٢,٨	٠,٤	١,١	٧,٨	٠,٢
٤٨	٨٨	٩,٨	١٠,٤	١٠١,٩	٩٦,٠	١٠٨,٢
٣٢	٨٠	٦,٢-	٢,٤	١٤,٩-	٣٨,٤	٥,٨
٣٦	٨٧	٢,٢-	٠,٤	٠,٩-	٤,٨	٠,٢
٣٠	٧١	٨,٢-	٦,٦-	٥٤,١	٦٧,٢	٤٣,٦
٤٠	٧٥	١,٨	٢,٦-	٤,٧-	٣,٢	٦,٨
٤٥	٨٣	٦,٨	٥,٤	٣٦,٧	٤٦,٢	٢٩,٢
٣٩	٧٤	٨,٠	٦,٣	٢,٩-	٠,٦	١٣,٠
٣٤	٧٤	٤,٢-	٣,٦-	١٥,١	١٧,٦	١٣,٠
٣٨٢	٧٧٦			١٨٨,٦	٢٨٣,٢	٢٢٦,٨
سَ= ٣٨.٢	صَ =٧٧,٦					

$$\text{ر} = \frac{\text{[illegible]}}{\sqrt{\text{مجـ ح}^2\text{س} \times \text{مجـ ح}^2\text{ص}}}$$

$$\text{ر} = \frac{١٨٨,٦}{\sqrt{٢٨٣,٢ \times ٢٢٦,٨}} = ٠,٧٤$$

(٢) حساب معامل الارتباط إذا علمت الانحرافات عن المتوسط والانحرافات المعيارية:

فى هذه الحالة تستخدم المعادلة $\text{ر} = \frac{\text{مجـ ح س} \times \text{ح ص}}{\text{ن ع س} \times \text{ع ص}}$

مثال (٦-٥):

احسب معامل الارتباط بين س، ص الموضحة فى المثال (٦-٤).

الحـــــل

نحسب الانحراف المعيارى لكل من درجات الاختبار الأول (س) ودرجات الاختبار الثانى (ص) كما يلى:

$$\text{ع س} = \pm\sqrt{\frac{\text{مجـ س}^2}{\text{ن}}} = \pm\sqrt{\frac{٢٨٣,٢}{١٠}} = \pm ٥,٣$$

$$\text{ع ص} = \sqrt{\frac{٢٢٦,٨}{١٠}} = \pm ٤,٨$$

$$\text{ر} = \frac{\text{مجـ ح س} \times \text{ح ص}}{\text{ن ع س} \times \text{ع ص}} = \frac{١٨٨,٦}{١٠ (٥,٣) (٤,٨)} = ٠,٧٤$$

وهنا ينبغى ملاحظة أن معامل الارتباط بهذه الطريقة لا يختلف عن قيمته عندما تم حسابه بطريقة بيرسون وإذا لاحظت معادلة معامل الارتباط التى تعتمد على الانحرافات المعيارية فى هذه الطريقة نجد أنها لا تختلف عن معادلة بيرسون.

$$\text{معامل الارتباط} = \frac{\text{مجموع حاصل ضرب الانحرافات المتقابلة (المتناظرة)}}{\text{عدد الأفراد} \times \text{الانحراف المعياري للاختبار الأول} \times \text{الانحراف المعياري للاختبار الثاني}}$$

$$\text{ر} = \frac{\text{مجـ ح س} \times \text{ح ص}}{\text{ن ع س} \times \text{ع ص}}$$

مثال (٦-٦):

احسب معامل الارتباط بين س، ص بطريقة الانحرافات المعيارية الموضحة بالجدول التالي:

س	٤	٣	٥	١	٢
ص	٦	٥	٤	٣	٢

س	ص	ح س	ح ص	ح س×ح ص	$ح^2$ س	$ح^2$ ص
٤	٦	١	٢	٢	١	٤
٣	٥	٠	١	٠	٠	١
٥	٤	٢	٠	٠	٤	٠
١	٣	٢-	١-	٢	٤	١
٢	٢	١-	٢-	٢	١	٤
١٥	٢٠			٦	١٠	١٠

$$\bar{\text{س}} = ٣ \qquad \text{ع س} = \pm\sqrt{\frac{\text{مجـ } ح^2 \text{ س}}{\text{ن}}} = \pm\sqrt{\frac{١٠}{٥}} = \pm\sqrt{٢}$$

$$\bar{\text{ص}} = ٤ \qquad \text{ع ص} = \pm\sqrt{\frac{\text{مجـ } ح^2 \text{ ص}}{\text{ن}}} = \pm\sqrt{\frac{١٠}{٥}} = \pm\sqrt{٢}$$

$$= \frac{٦}{٥ \times \sqrt{٢} \times \sqrt{٢}} = \frac{٦}{١٠} = ٠,٦$$

(٣) حساب معامل الارتباط باستخدام الدرجات المعيارية:

طريقة حساب معامل الارتباط باستخدام الدرجات المعيارية:

١ – حول درجات المتغير الأول (س) إلى درجات معيارية (دس)

٢ – حول درجات المتغير الثانى (ص) إلى درجات معيارية (دص)، ثم اضرب دس × دص واجمع الناتج.

٢ – طبق المعادلة: $ر = \frac{مجـ دس \times دص}{ن}$

مثال (٦–٧):

احسب معامل الارتباط بين س، ص المبينة فى الجدول التالى بعد تحويل درجات س، ص إلى درجات معيارية:

س	٣	٥	٦	٧	٩
ص	٥	٣	٧	٩	٦

الحـــل

س	ص	ح س	ح ص	دس	دص	دس × دص
٣	٥	-٣	-١	-١,٥	-٠,٥	٠,٧٥
٥	٣	-١	-٣	-٠,٥	-١,٥	٠,٧٥
٦	٧	٠	١	٠	٠,٥	٠
٧	٩	١	٣	٠,٥	١,٥	٠,٧٥
٩	٦	٣	٠	٠,٥	٠	٠
٣٠	٣٠					٢,٢٥

س̄ =

ص̄ = ٦

$$د = \frac{س - \bar{س}}{ع}$$

$$ع_س = \pm \sqrt{\frac{٢٠}{٥}} ، ع_ص = \pm \sqrt{\frac{٢٠}{٥}}$$

$$ر = \frac{مجـ\ د_س \times د_ص}{ع} = \frac{٢,٢٥}{٥} = ٠,٤٥$$

مثال (٦-٨):

إوجد معامل الارتباط بين س، ص المبينة فى الجدول التالى بعد تحويل كل منها إلى درجات معيارية:

س	٢	٣	٤	٥	٦
ص	١٠	٨	١٢	٦	١٤

الحـــــل

س	ص	حس	حص	حس×حص	$ح_س^٢$	$ح_ص^٢$	س	ص	س×ص
٢	١٠	-٢	٠	٠	٤	٠	-١,٤٢	٠	٠
٣	٨	-١	-٢	٢	١	٤	-٠,٧١	-٠,٧١	٠,٥
٤	١٢	٠	٢	٠	٠	٤	٠	٠,٧١	٠
٥	٦	١	-٤	-٤	١	١٦	٠,٧١	-١,٤٢	-١,٠١
٦	١٤	٢	٤	٨	٤	١٦	١,٤٢	١,٤٢	٢,٠٢
٢٠	٥٠			٦	١٠	٤٠			١,٥١

∵ $\bar{س} = ٤$ ، $\bar{ص} = ١٠$

$$ع_س = \pm\sqrt{٢} = \pm ١,٤١$$

$$، ع_ص = \pm\sqrt{\frac{٤٠}{٥}} = \pm\sqrt{٨} = \pm ٢٨٣$$

$$\therefore ر = \frac{مجـ ح_س \times ح_ص}{ن} = \frac{١,٥١}{٥} = ٠,٣$$

(٤) الطريقة العامة لحساب معامل الارتباط من الدرجات الخام:

تعتمد هذه الطريقة فى حسابها على الدرجات الخام مباشرة ولايحتاج الباحث الذى يستخدم هذه الطريقة إلى حساب الانحرافات عن المتوسط أو الانحرافات المعيارية وإنما يقوم بحساب معامل الارتباط من الدرجات ومربعاتها فقط وهذه الطريقة تتميز بالدقة والسرعة.

والمعادلة التالية تستخدم لحساب معامل الارتباط بهذه الطريقة:

$$ر = \frac{ن مجـ س ص - مجـ س \times مجـ ص}{\sqrt{[ن مجـ س^٢ - (مجـ س)^٢][ن مجـ ص^٢ - (مجـ ص)^٢]}}$$

حيث مجـ س ص هى مجموع حاصل ضرب الدرجات المتناظرة فى الاختبار،

مجـ س × مجـ ص هو حاصل ضرب مجموع الدرجات س فى مجموع الدرجات ص، مجـ $س^٢$ هو مجموع مربعات درجات الاختبار س، مجـ $ص^٢$ هو مجموع مربعات درجات الاختبار ص.

ولحساب معامل الارتباط بهذه الطريقة يمكن اتباع الخطوات التالية:

١ - احسب كل من $س^٢$، $ص^٢$، س ص لكل مفحوص.

٢ - احسب مجـ س، مجـ $س^٢$، مجـ $ص^٢$، مجـ س ص لكل مفحوص.

٣ - طبق المعادلة السابقة.

مثال (٦-٩)

أوجد معامل الارتباط بالطريقة العامة بين س، ص الموضحة بالجدول التالي:

س	٣	٤	٣	٥	٤	٥
ص	٦	٧	٦	٨	٧	٨

الحـــــل

س	ص	س ص	$س^2$	$ص^2$
٣	٦	١٨	٩	٣٦
٤	٧	٢٨	١٦	٤٩
٣	٦	١٨	٩	٣٦
٥	٨	٤٠	٢٥	٦٤
٤	٧	٢٨	١٦	٤٩
٥	٨	٤٠	٢٥	٦٤
٢٤	٤٢	١٧٢	١٠٠	٢٩٨

$$\therefore ر = \frac{ن\,مجـ س ص - مجـ س \times مجـ ص}{\sqrt{[ن\,مجـ س^2 - (مجـ س)^2][ن\,مجـ ص^2 - (مجـ ص)^2]}}$$

$$\therefore ر = \frac{٦ \times ١٧٢ - ٢٤ \times ٤٢}{\sqrt{[٦ \times ١٠٠ - (٢٤)^2][٦ \times ٢٩٨ - (٤٢)^2]}}$$

$$= \frac{١٠٣٢ - ١٠٠٨}{\sqrt{(٦٠٠ - ٥٧٦)(١٧٨٨ - ١٧٦٤)}}$$

$$= \frac{٢٤}{٢٤ \times ٢٤} = ١$$

أي أن س، ص مرتبطان ارتباطاً إيجابياً تاماً.

مثال (٦-١٠):

أوجد معامل الارتباط بين س، ص الموضحة بالجدول التالي:

س	٦	٣	٤	٢	٥
ص	٨	٤	٥	٣	٥

الحـــــل

س	ص	$\text{س}^{٢}$	$\text{ص}^{٢}$	س ص
٦	٨	٣٦	٦٤	٤٨
٣	٤	٩	١٦	١٢
٤	٥	١٦	٢٥	٢٠
٢	٣	٤	٩	٦
٥	٥	٢٥	٢٥	٢٥
٢٠	٢٥	٩	١٣٩	١١١

$$\text{ر} = \frac{\text{ن مجـ س ص} - \text{مجـ س} \times \text{مجـ ص}}{\sqrt{[\text{ن مجـ س}^{٢} - (\text{مجـ س})^{٢}]\,[\text{ن مجـ ص٢} - (\text{مجـ ص})^{٢}]}}$$

$$= \frac{٥ \times ١١١ - ٢٠ \times ٢٥}{\sqrt{[٥ \times ٩٠ - (٢٠)^{٢}]\,[٥ \times ١٣٩ - (٢٥)^{٢}]}}$$

$$\text{ر} = \frac{٥٥٥ - ٥٠٠}{\sqrt{(٤٥٠ - ٤٠٠)\,(٦٩٥ - ٦٢٥)}}$$

$$\text{ر} = \frac{٥٥}{٥٠ \times ٧٠} = \frac{٥٥}{٥٩,٢} \quad ٠,٩٣$$

مثال (٦-١١):

أُوجد معامل الارتباط بين درجات مجموعة مكونة من ٧ طلاب فى اختبارين للذكاء بياناتها موضحة بالجدول التالي:

الحـــــل

تطرح ١٠٠ من جميع درجات الاختبار الأول س وطرح ١٠٠ من جمع درجات الاختبار الثانى ص:

س	ص	س ص	س²	ص²
٣	٣	٩	٩	٩
٤	٤	١٦	١٦	١٦
٦	٢	١٢	٣٦	٤
٥	٣	١٥	٢٥	٩
٤	٦	٢٤	١٦	٣٦
٣	٨	٢٤	٩	٦٤
١٠	٢	٢٠	١٠٠	٤
٣٥	٢٨	١٠٠	٢١١	١٤٤

$$\text{ر} = \frac{\text{ن مجـ س ص} - \text{مجـ س} \times \text{مجـ ص}}{\sqrt{[\text{ن مجـ س}^2 - (\text{مجـ س})^2][\text{مجـ ص} - \text{ص}2 - (\text{مجـ ص})^2]}}$$

$$= \frac{7 \times 120 - 35 \times 18}{\sqrt{[7 \times 211 - (35)^2][7 \times 142 - (28)^2]}}$$

$$= \frac{140}{\sqrt{252 - 210}}$$

$$= \frac{-140}{\sqrt{20529}} = \frac{-140}{240} = -0{,}61$$

(٥) حساب معامل الارتباط بطريقة الرتب.

تستخدم هذه الطريقة فى الحالات التى لايستطيع الباحث أن يحدد مقدار التغير الذى يحدث لمتغيرات بحثه بطريقة رقمية ويكون قادراً على تحديد مراحل تغيره برتب نسبية معينة كأن يحدد ترتيب تلاميذ الفصل فى تنظيم الكراسات (الأول والثانى و.....).

ولحساب معامل ارتباط الرتب Rank order correlation نتبع الخطوات التالية:

١ – حساب ترتيب الأفراد فى الاختبارين س، ص ووضع ترتيب كل فرد فى العمود رتب س وكذلك بالنسبة لدرجات الاختبار ص.

٢ – نطرح رتبة كل تلميذ فى الاختبار ص من رتبته فى الاختبار س ويوضح الناتج فى العمود ق (ويمكن الرمز للفروق بين الرتبتين بالرمز ق أيضا).

٣ – تربع فروق الرتب وتكتب الناتج فى الخانة $ق^2$ ثم نجمع مربعات هذه لفروق.

٤ – تطبق المعادلة : $ر = \frac{٦ \, مجـ ق^٢}{ن(ن^٢ - ١)}$

حيث $مجـ ق^٢$ هى مجموع مربعات الفروق بين الرتبتين.

مثال (٦-١٢):

اوجد معامل الارتباط بين تقديرات مجموعتين من الطلاب فى امتحانين مختلفين لمقرر الاحصاء التربوى الموضحة بالجدول التالى:

المجموعة	١	٢	٣	٤	٥
المجموعة الأولى	أ	ب	ج	د	هـ
المجموعة الثانية	ج	هـ	أ	ب	د

الحـــــل

المجموعة الأولى	المجموعة الثانية	رتب س	رتب ص	ف	$ف^2$
أ	ج	١	٣	-٢	٤
ب	هـ	٢	٥	-٣	٩
ج	أ	٣	١	٢	٤
د	ب	٤	٢	٢	٤
هـ	د	٥	٤	١	١
					٢٢

$$ر = ١ - \frac{٦ \text{ مجـ } ف^{٢}}{ن(ن^{٢} - ١)}$$

$$= ١ - \frac{٦ \times ٢٢}{٥(٢٥ - ١)}$$

$$= ١ - \frac{١١}{١٠} = - ٠,١$$

مثال (٦-١٣):

اوجد معامل الاتباط بين س، ص الموضحة بالجدول التالى باستخدام طريقة الرتب:

س	٣	٢	٤	٥	٦
ص	٤	٥	٦	٣	٢

الحـــــــل

س	ص	رتب س	رتب ص	ق	ق^{٢}
٣	٤	٤	٣	١	١
٢	٥	٥	٢	٣	٩
٤	٦	٣	١	٢	٤
٥	٣	٢	٤	٢−	٤
٦	٢	١	٥	١−	١٦
٢٠	٢٠				٣٤

$$ر = ١ - \frac{٦ \text{ مجـ} ق^{٢}}{ن(ن^{٢} - ١)}$$

$$= \frac{٦ \times ٣٤}{٥(٢٥ - ١)}$$

$$= ١ - ١,٧ = -٠,٧$$

ثانيا: الارتباط الجزئى Partial Correlation

عندما يكون المطلوب حساب العلاقة بين متغيرين مع تثبيت أثر متغيرات أخرى ترتبط بهذين المتغيرين فإن أنسب طريقة لذلك تكون بحساب معامل الارتباط الجزئى. والارتباط الجزئى يعنى علاقة بين متغيرين مع تثبيت أثر المتغيرات الأخرى ذات العلاقة بهذين المتغرين بطريقة احصائية ويرمز لمعامل الارتباط الجزئى بين المتغيرين أ، ب مع تثبيت أثر المتغير جـ الذى يرتبط بالمتغيرين أ، ب بالرمز $ر_{أب.ج}$

طريقة حساب معامل الارتباط الجزئى

يحسب معامل الارتباط الجزئى من المعادلة التالية:

$$\text{ر}_{\text{أب.ج}} = \frac{\text{رأ ب} - \text{رأجـ} \times \text{ربجـ}}{[1-(\text{رأجـ})^2]\,[1-(\text{رأبجـ})^2]}$$

حيث رأب هومعامل الارتباط بين المتغيرين أ، ب

،ربجـ هو معامل الارتباط بين المتغيرين ب، جـ

،رأجـ هو معامل الارتباط بين المتغيرين أ، جـ

وتستخدم هذه الطريقة فى حساب معامل الارتباط فى كثير من البحوث النفسية والتربوية والاجتماعية التى لايستطيع الباحث أن يضبط بعض متغيرات بحثه إما لصعوبات ميدانية أو صعوبات فى إمكانية ضبط بعض المتغيرات والتحكم فيها.

ولذلك فإن الباحث يكون فى حاجة ماسة لهذه الطريقة من طرق التحليل الاحصائى التى تمكنه من عزل تأثير المتغيرات التى لم يتمكن من تثبيتها فى دراسته.

وفيما يلى عرض لبعض الأمثلة التى يتم فيها حساب الارتباط بين متغيرين مع تثبيت أثر متغير ثالث يرتبط بهذين المتغيرين.

مثال (٦-١٤):

إحسب معامل الارتباط الجزئى بين المتغيرين أ، ب مع تثبيت أثر المتغير جـ (رأب.جـ) للبيانات التالية:

أ	٣	٢	٤	٥	٦
ب	٢	٥	٦	٤	٣
جـ	٥	٢	٣	٦	٤

الحــــل

أ	ب	جـ	أب	أجـ	بجـ	$أ^2$	$ب^2$	$جـ^2$
٣	٢	٥	٦	١٥	١٠	٩	٤	٢٥
٢	٥	٢	١٠	٤	١٠	٤	٢٥	٤
٤	٦	٣	٢٤	١٢	١٨	١٦	٣٦	٩
٥	٤	٦	٢٠	٣٠	٢٤	٢٥	١٦	٣٦
٦	٣	٤	١٨	٢٤	١٢	٣٦	٩	١٦
٢٠	٢٠	٢٠	٧٨	٨٥	٧٤	٩٠	٩٠	٩٠

$$ر_{أب} = \frac{\text{ن مجـ أب} - \text{مجـ أ} \times \text{مجـ ب}}{\sqrt{[\text{ن مجـ أ}^2 - (\text{مجـ أ})^2]\,[\text{ن مجـ ب}^2 - (\text{مجـ ب})^2]}}$$

$$= \frac{٥ \times ٧٨ - ٢٠ \times ٢٠}{\sqrt{[٥ \times ٩٠ - (٢٠)^2]\,[٥ \times ٩٠ - (٢٠)^2]}}$$

$$= \frac{٣٩٠ - ٤٠٠}{(٤٥٠ - ٤٠٠)(٤٥٠ - ٤٠٠)} = \frac{-١٠}{٥}$$

$$ر_{أب} = -٠,٢$$

$$\therefore ر_{أجـ} = \frac{\text{ن مجـ أجـ} - \text{مجـ أ} \times \text{مجـ جـ}}{\sqrt{[\text{ن مجـ أ}^2 - (\text{مجـ أ})^2]\,[\text{ن مجـ جـ}^2 - (\text{مجـ جـ})^2]}}$$

$$= \frac{٥ \times ٨٥ - ٢٠ \times ٢٠}{\sqrt{[٥ \times ٩٠ - (٢٠)^2]\,[٥ \times ٩٠ - (٢٠)^2]}}$$

$$= \frac{٤٢٥ - ٤٠٠}{\sqrt{(٤٥٠ - ٤٠٠)(٤٥٠ - ٤٠٠)}} = \frac{٢٥}{٥٠}$$

$$ر_{أجـ} = ٠,٥$$

$$\therefore ر_{بجـ} = \frac{ن\,مجـ\,ب\,جـ - مجـ\,جـ \times مجـ\,جـ}{\sqrt{[\,ن\,مجـ\,ب^{٢} - (مجـ\,ب)^{٢}\,]\,[\,ن\,مجـ\,جـ^{٢} - (مجـ\,جـ)^{٢}\,]}}$$

$$= \frac{٧٤ \times ٥ - ٢٠ \times ٢٠}{\sqrt{[\,٩٠ \times ٥ - (٢٠)^{٢}\,]\,[\,٩٠ \times ٥ - (٢٠)^{٢}\,]}}$$

$$ر_{أب} = \frac{٣٧٠ - ٤٠٠}{\sqrt{(٤٥٠ - ٤٠٠)(٤٥٠ - ٤٠٠)}} = \frac{-٣٠}{٥٠}$$

$$ر_{بجـ} = -٠,٦$$

$$ر_{أب.ج} = \frac{ر_{أب} - ر_{أجـ} \times ر_{بجـ}}{\sqrt{[١ - (ر_{أجـ})^{٢}]\,[١ - (-٠,٦)^{٢}]}}$$

$$= \frac{-٠,٢ + ٠,٣}{\sqrt{(١ - ٠,٢٥)(١ - ٠,٣٦)}} = \frac{٠,١}{٠,٧٥ \times ٠,٦٤}$$

$$ر_{أب.ج} = ٠,١٢$$

مثـــال (٦-١٥):

أوجد معامل الإرتباط الجزئى بين درجات خمس طلاب فى الذكاء ودرجاتهم فى إختبار للسلوك العدوانى مع عزل أثر درجاتهم فى مقياس المستوى الإجتماعى الثقافى وبياناتهم كما هو موضح بالجدول التالى:-

الذكاء (أ)	٨٠	١١٠	١٢٠	٩٥	١٠٥
التحصيل الدراسى (ب)	١٥	١٣	١١	١٣	٨
المستوى الاجتماعى الثقافى(جـ)	١٣	٢٠	٥٥	٨٠	٦

الحـــــــل

أ - حساب الارتباط بين أ، ب

أ	ب	رتب أ	رتب ب	ق	$ق^2$
٨٠	١٥	٥	١	٤	١٦
١١٠	١٣	٢	٣,٥	٠,٥−	٠,٥٢
١٢٠	١١	١	٤	٣−	٩
٩٦	١٣	٤	٣,٥	١,٥	٢,٢٥
١٠٥	٨	٣	٥	٢−	٤
					٣١,٥

$$\text{ر أب} = ١ - \frac{٦ \text{ مجـ ق}^٢}{\text{ن(ن}^٢ - ١)}$$

$$\text{ر أب} = ١ - \frac{٣١,٥ \times ٦}{٥(٢٥ - ١)} = ٠,٥٧$$

ب - حساب ارتباط بين أ، جـ

أ	جـ	رتب أ	رتب جـ	ق	$ق^2$
٨٠	١٣	٥	٤	١	١
١١٠	٢٠	٢	٣	١−	١
١٢٠	٥٥	١	٢	١−	١
٩٥	٨٠	٤	١	٣	٩
١٠٥	٦	٣	٥	٢−	٤
					١٦

$$\text{ر أب} = 1 - \frac{6\ \text{مجـ ق}^{2}}{\text{ن}(\text{ن}^{2}-1)}$$

$$\text{ر أب} = 1 - \frac{6 \times 16}{5(25-1)} = 1 - \frac{4}{5} = 0{,}2$$

جـ - حساب ارتباط بين ب، جـ

ب	جـ	رتب ب	رتب جـ	ق	ق^٢
١٥	١٣	١	٤	-٣	٩
١٣	٢٠	٣,٥	٣	-٠,٥	٠,٢٥
١١	٥٥	٤	٢	٢	٤
١٣	٨٠	٣,٥	١	١,٥	٢,٢٥
٨	٦	٥	٥	٠	٠
					٥,١٥

$$\text{ر ب جـ} = 1 - \frac{6\ \text{مجـ ق}^{2}}{\text{ن}(\text{ن}^{2}-1)} = 1 - \frac{6 \times 15{,}5}{5(25-1)}$$

$$\text{ر ب جـ} = 0{,}22$$

$$\text{ر أب.جـ} = \frac{\text{ر أب} - \text{ر أجـ} \times \text{ر ب جـ}}{\sqrt{[1-(\text{ر أجـ})^{2}][1-(\text{ر ب جـ})^{2}]}}$$

$$= \frac{-0{,}57 - 0{,}2 \times 0{,}22}{\sqrt{[1-(0{,}2)^{2}][1-(0{,}22)^{2}]}}$$

$$= \frac{-0{,}57 - 0{,}044}{\sqrt{(1-0{,}044)(1-0{,}0484)}} = \frac{-0{,}614}{\sqrt{0{,}913536}}$$

$$= \frac{-0{,}614}{\sqrt{0{,}9557907}} = -0{,}64$$

مثـــال (٦-١٦):

أوجد معامل الارتباط الجزئى رأبجـ -إذا علم أن قيم أ، ب، جـ كما هو موضح بالجدول التالى:

أ	٣	١	٢	٤	٥
ب	٤	٢	١	٣	٥
جـ	١	٢	٣	٥	٤

الحـــــل

أ	ب	جـ	أب	أجـ	بجـ	أ^2	ب^2	ج^2
٣	٤	١	١٢	٣	٤	٩	١٦	١
١	٢	٢	٢	٢	٤	١	٤	٤
٢	١	٣	٢	٦	٣	٤	١	٩
٤	٣	٥	١٢	٢٠	١٥	١٦	٩	٢٥
٥	٥	٤	٢٥	٢٠	٢٠	٢٥	٢٥	١٦
١٥	١٥	١٥	٥٣	٥١	٤٦،	٥٥	٥٥	٥٥

$$\text{رأب} = \frac{\text{ن مجأب} - \text{مجأ} \times \text{مجب}}{\sqrt{[\text{ن مجأ}^2 - (\text{مجأ})^2][\text{ن مجب}^2 - (\text{مجب})^2]}}$$

$$= \frac{\text{٥×٥٣} - \text{١٥×١٥}}{\sqrt{[\text{٥×٥٥} - (\text{١٥})^2][\text{٥×٥٥} - (\text{١٥})^2]}}$$

$$= \frac{\text{٢٦٥} - \text{٢٢٥}}{\text{٢٧٥} - \text{٢٢٥}} = \frac{\text{٤٠}}{\text{٥٠}} = \text{٠,٨}$$

$$\text{رأجـ} = \frac{\text{ن مح جـ} - \text{محأ} \times \text{محجـ}}{\sqrt{[\text{ن محأ}^{٢} - (\text{محـ})^{٢}]\,[\text{ن محجـ}^{٢} - (\text{محجـ})^{٢}]}}$$

$$= \frac{٥ \times ٥١ - ١٥ \times ١٥}{\sqrt{[٥ \times ٥٥ - (١٥)^{٢}]\,[٥ \times ٥٥ - (١٥)^{٢}]}}$$

$$= \frac{٢٥٥ - ٢٢٥}{٢٧٥ - ٢٢٥} = \frac{٣٠}{٥٠} \quad ٠,٦$$

$$\text{ربجـ} = \frac{\text{ن محب جـ} - \text{محب} \times \text{محجـ}}{\sqrt{[\text{ن محب}^{٢} - (\text{محب})^{٢}]\,[\text{ن محب}^{٢} - (\text{محـ})^{٢}]}}$$

$$= \frac{٥ \times ٤٦ - ١٥ \times ١٥}{\sqrt{[٥ \times ٥٥ - (١٥)^{٢}]\,[٥ \times ٥٥ - (١٥)^{٢}]}}$$

$$= \frac{٢٣٠ - ٢٢٥}{٥٧٢ - ٥٢٢} = \frac{٥}{٥٠} = ٠,١$$

$$\text{رأب.جـ} = \frac{٠,٨ - ٠,٦ \times ٠,١}{\sqrt{[١ - (٠,٦)^{٢}]\,[١ - (٠,١)^{٢}]}}$$

$$= \frac{٠,٨ - ٠,٠٦}{\sqrt{(١ - ٠,٣٦)(١ - ٠,٠١)}}$$

$$= \frac{٠,٧٢}{\sqrt{٠,٦٤ \times ٠,٩٩}} = \frac{٠,٧٢}{\sqrt{٠,٦٣٣٦}}$$

$$= \frac{٠,٧٢}{٠,٧٩٥٩٨٩٩} = \frac{٠,٧٢}{٠,٨} = ٠,٩$$

الإغتراب والإرتباط الجزئى

برهن Kelly أنه يمكن حساب الإغتراب من المعادلة:

$غ = \sqrt{١ - ر^{٢}}$ حيث غ هى معامل الإغتراب

ر هى معامل الإرتباط بين متغيرين

وإذا كان الارتباط يعبر عن العلاقة بين المتغيرين أو مدى الاقتران بينهما فإن الاغتراب يعبر عن مدى استقلال المتغيرين أو تباعدهما عن بعضهما البعض الآخر.

مثال (٦-١٧)

إذا كان معامل الارتباط بين متغيرين هو ٠,٥ فما قيمة معامل الاغتراب.

$غ = \sqrt{١ - ر^{٢}}$

$غ = \sqrt{١ - (٠,٥)^{٢}}$

$غ = ١ - ٠,٢٥ = ٠,٧٥ = ٠,٨٧$

يمكن صياغة معادلة الارتباط الجزئى رأب.جـ كما يلى:

$$رأب.جـ = \frac{رأب - رأجـ \times ربجـ}{غأجـ \times غبجـ}$$

مثال (٦-١٨)

احسب رأب.جـ - للبيانات التالية:

ا	٣	٥	٦	٧	٤
ب	٥	٤	٣	٦	٧
جـ	٣	٥	٧	٦	٥

الحـــــل

أ	ب	جـ	أب	أجـ	بجـ	أ²	ب²	جـ²
٣	٥	٣	١٥	٩	١٥	٩	٢٥	٩
٥	٤	٥	٢٠	٢٥	٢٠	٢٥	١٦	٢٥
٦	٣	٧	١٨	٤٢	٢١	٣٦	٩	٤٩
٧	٦	٦	٤٢	٤٢	٣٦	٤٩	٣٦	٣٦
٤	٧	٥	٢٨	٢٠	٣٥	١٦	٤٩	٢٥
٢٥	٢٥	٢٦	١٢٣	١٣٨	١٢٧	١٣٥	١٣٥	١٤٤

$$\text{رأب} = \frac{\text{ن مجـ أب} - \text{مجـ أ} \times \text{مجـ ب}}{\sqrt{[\text{ن مجـ أ}^{2} - (\text{مجـ أ})^{2}]\,[\text{ن مجـ ب}^{2} - (\text{مجـ ب})^{2}]}}$$

$$= \frac{\text{٥} \times \text{١٢٣} - \text{٢٥} \times \text{٢٥}}{\sqrt{[\text{٥} \times \text{١٣٥} - (\text{٢٥})^{2}]\,[\text{٥} \times \text{١٣٥} - (\text{٢٥})^{2}]}}$$

$$= \frac{\text{٦١٥} - \text{٦٢٥}}{\sqrt{(\text{٦٧٥} - \text{٦٢٥})(\text{٦٧٥} - \text{٦٢٥})}} = \frac{-\text{١٠}}{\sqrt{\text{٥٠} \times \text{٥٠}}} = -\text{٠,٢}$$

$$\text{رأجـ} = \frac{\text{ن مجـ أجـ} - \text{مجـ أ} \times \text{مجـ جـ}}{\sqrt{[\text{ن مجـ أ}^{2} - (\text{مجـ أ})^{2}]\,[\text{ن مجـ جـ}^{2} - (\text{مجـ جـ})^{2}]}}$$

$$= \frac{\text{٥} \times \text{١٣٨} - \text{٢٥} \times \text{٢٦}}{\sqrt{[\text{٥} \times \text{١٣٥} - (\text{٢٥})^{2}]\,[\text{٥} \times \text{١٤٤} - (\text{٢٦})^{2}]}}$$

$$= \frac{\text{٦٩٠} - \text{٦٥٠}}{\sqrt{\text{٥٠} \times (\text{٧٢٠} - \text{٦٧٦})}}$$

$$= \frac{\text{٤٠}}{\sqrt{\text{٥٠} \times \text{٤٤}}} = \frac{\text{٤٠}}{\sqrt{\text{٢٢٠٠}}}$$

$$= \frac{٢٦ \times ٢٥ - ١٣٨ \times ٥}{[(٢٥)^{٢} - ١٣٥ \times ٥]}$$

$$= \frac{٤٠}{٤٦,٩} = ٠,٨٥$$

$$\text{ربجـ} = \frac{\text{ن محبجـ} - \text{محب} \times \text{محجـ}}{\sqrt{[\text{ن محب}^{٢} - (\text{محب})^{٢}][\text{ن محجـ}^{٢} - (\text{محجـ})^{٢}]}}$$

$$= \frac{٢٦ \times ٢٥ - ١٢٧ \times ٥}{\sqrt{[(٢٦)^{٢} - ١٤٤ \times ٥][(٢٥)^{٢} - ١٣٥ \times ٥]}}$$

$$= \frac{٦٥٠ - ٦٣٥}{\sqrt{(٦٧٦ - ٧٢٠)(٦٢٥ - ٦٧٥)}}$$

$$= \frac{- ١٥}{\sqrt{٤٤ \times ٥٠}} = \frac{- ١٥}{\sqrt{٤٦,٩}} = -٠,٣٢$$

$$\text{غ اجـ} = \sqrt{١ - \text{ر}^{٢}\text{ اجـ}}$$

$$= \sqrt{١ - (٠,٨٥)^{٢}}$$

$$= \sqrt{١ - ٠,٧٢٢٥} = ٠,٥٣$$

$$\text{عبجـ} = \sqrt{١ - \text{ر}^{٢}\text{ بجـ}}$$

$$= \sqrt{١ - (-٠,٣٢)}$$

$$= \sqrt{١ - ١,٠٢٤٠} = \sqrt{٠,٨٩٧٦} = ٠,٩٥$$

$$ر_{اب.جـ} = \frac{-٠,٢ - ٠,٨٥ \times -٠,٣٢}{٠,٥٣ \times ٠,٩٥}$$

$$= \frac{-٠,٢ + ٠,٢٧٢}{٠,٥٠٣٥} = \frac{٠,٠٧٢}{٠,٥٠٣٥} = ٠,١٤$$

ثالثاً: الإرتباط المتعـــدد Multipl Correlation

تتأثر الظواهر النفسية والتربوية والاجتماعيـة المختلفـة بالعديـد مـن المتغيـرات، وقد يحتاج الباحث فى هذه المجالات إلى التوصل إلى معامل عددى واحد يوضح العلاقة بين الظاهرة موضع الدراسة وتلك المتغيرات التى تؤثـر فيهـا، ويقـوم بهـذه المهمة الارتباط المتعدد، فمعامل الارتباط يدل على المعامل العددى للعلاقة بين عدة متغيرات.

فإذا كان لدينا ثلاثة متغيرات مختلفة ورمزنا لهـا بالرمـوز أ، ب، جـ ورمزنـا للارتباط المتعدد بين هذه المتغيـرات بالرمـز رأبجـ.

طريقة حساب معامل الارتباط المتعـدد:-

يمكن حساب معامل الارتباط بين المتغيرات أ، ب، جـ مـن المعادلـة التاليـة:

$$ر_{أب.ج} = \frac{ر_{اب} + ر^{٢}_{اجـ} - ٢ر_{اب} \times ر_{اجـ} \times ر_{بجـ}}{\sqrt{١ - ر^{٢}_{بجـ}}}$$

وعليه فإنه لحساب معامل الارتباط المتعدد بين المتغيـرات أن ب، جـ فإنـه يتعين علينا حساب معاملات الإرتباط بين أ، ب والارتباط بيـن أ، جـ والارتبـاط بين ب، جـ ثم نعوض فى المعادلة السابقـة وفيمـا يلى بعض الأمثلـة العدديـة التى توضح طريقة حساب معامل ارتبـاط المتعـدد.

مثال (٦-١٩)

احسب رأب.جـ للبيانات الموضحة فى الجدول التالى:-

أ	٧	٨	٤	٦	٣
ب	١٢	١١	٧	٩	١٠
جـ	٢٠	٢٥	١٧	٣١	٣٠

الحـــــل

لتبسيط الأرقام فى حساب معاملات الارتباط بين كل من أ، بوا، جـ وب، جـ نطرح من كـل درجـات أ العـدد ٣ ونطـرح مـن كـل درجـات ب العـدد ٧ ونطرح من كل درجات جـ العدد ١٧ ثـم نحسب معاملات الارتبـاط بـأى من الطرق سالفة الذكر ونطبق المعادلة:

$$\text{راب.جـ} = \frac{\text{راب} + \text{ر}^2\text{اجـ} - ٢\text{راب} \times \text{راجـ} \times \text{ربجـ}}{\sqrt{١ - \text{ر}^2\text{بجـ}}}$$

أ	ب	جـ	أب	أجـ	بجـ	$أ^2$	$ب^2$	$جـ^2$
٤	٥	٣	٢٠	١٢	١٥	١٦	٢٥	٩
٥	٤	٨	٢٠	٤٠	٣٢	٢٥	١٦	[illegible]
١	٠	٠	٠	٠	٠	١	٠	٠
٣	٢	١٤	٦	٤٢	٢٨	٩	٤	١٩٦
٠	٣	١٣	٠	٠	٣٩	٠	٩	١٦٩
١٣	١٤	٣٨	٤٦	٩٤	١١٤	٥١	٥٤	٥٣٨

$$\text{راب} = \frac{٥ \times ٤٦ - ١٣ \times ١٤}{\sqrt{[٥ \times ٥١ - (١٣)^2][٥ \times ٥٤ - (١٤)^2]}}$$

$$= \frac{٢٣٠ - ١٨٢}{\sqrt{(٢٥٥ - ١٦٩)(٢٧٠ - ١٩٦)}} = \frac{٤٨}{\sqrt{٨٦ \times ٧٤}}$$

$$= \frac{٤٨}{\sqrt{٦٣٦٤}} = \frac{٤٨}{٧٩,٨} = ٠,٦$$

رأجـ

$$= \frac{٥ \times ٩٤ - ١٣ \times ٣٨}{\sqrt{[٥ \times ٥١ - (١٣)^{٢}][٥ \times ٥٣٨ - (٣٨)^{٢}]}}$$

$$= \frac{٤٧٠ - ٤٩٤}{\sqrt{(٢٥٥ - ١٦٩)(٢٦٩٠ - ١٤٤٤)}}$$

$$= \frac{- ٢٤}{\sqrt{٨٦ \times ١٢٤٦}} = \frac{- ٤}{\sqrt{١٠٧١٥٦}}$$

$$= \frac{- ٢٤}{٣,٣٢٧} = - ٠,٠٧٣ = - ١,٠$$

ربجـ

$$= \frac{٥ \times ١١٤ - ١٤ \times ٣٨}{\sqrt{[٥ \times ٥٤ - (١٤)^{٢}][٥ \times ٥٣٨ - (٣٨)^{٢}]}}$$

$$= \frac{٥٧٠ - ٥٣٢}{\sqrt{(٢٧٠ - ١٩٦)(٢٦٩٠ - ١٤٤٤)}}$$

$$= \frac{٣٨}{\sqrt{٧٤ \times ١٢٤٦}} = \frac{٣٨}{٣٠٣,٧} = ٠,١٣$$

∴ رأب.جـ

$$= \frac{٠,٦ + (-٠,١)^{٢} - ٢ \times ٠,٦ - ٠,١ \times ٠,١٣}{\sqrt{١ - (٠,١٣)^{٢}}}$$

$$= \frac{٠,٦ + ٠,١ + ٠,٠٥٦}{\sqrt{١ - ٠,٠١٦٩}} = \frac{٠,٦٢٥٦}{٠,٩٨٣١} = ٠,٦٣٦$$

مثال (٦-٢٠):

احسب معامل ارتباط المتعدد رأبجـ من البيانات الموضحة بالجدول التالي:

جـ (رأب.جـ) **للبيانات التالية:**

أ	٢	٣	٤	٥	٦
ب	٤	٥	٢	٣	٦
جـ	٦	٤	٥	٢	٣

الحـــل

أ	ب	جـ	أب	أجـ	بجـ	$\text{أ}^{٢}$	$\text{ب}^{٢}$	$\text{جـ}^{٢}$
٢	٤	٦	٨	١٢	٢٤	٤	١٦	٣٦
٣	٥	٤	١٥	١٢	٢٠	٩	٢٥	١٦
٤	٢	٥	٨	٢٠	١٠	١٦	٤	٢٥
٥	٣	٢	١٥	١٠	٦	٢٥	٩	٤
٦	٦	٣	٣٦	١٨	١٨	٣٦	٣٦	٩
٢٠	٢٠	٢٠	٨٢	٧٢	٧٨	٩٠	٩٠	٩٠

$$\text{راب} = \frac{\text{ن مجـاب} - \text{مجا} \times \text{مجب}}{\sqrt{[\text{ن مجا}^{٢} - (\text{مجا})^{٢}]\,[\text{ن مجب}^{٢} - (\text{مجب})^{٢}]}}$$

$$= \frac{٥ \times ٨٢ - ٢٠ \times ٢٠}{\sqrt{[٥ \times ٩٠ - (٢٠)^{٢}]\,[٥ \times ٩٠ - (٢٠)^{٢}]}}$$

$$= \frac{٤١٠ - ٤٠٠}{\sqrt{(٤٥٠ - ٤٠٠)(٤٥٠ - ٤٠٠)}} = \frac{١٠}{٥٠} = ٠{,}٢$$

$$\text{ر اجـ} = \frac{\text{ن مجـ اجـ} - \text{مجـ ا} \times \text{مجـ جـ}}{\sqrt{[\text{ن مجـ ا}^{٢} - (\text{مجـ ا})^{٢}]\,[\text{ن مجـ جـ}^{٢} - (\text{مجـ جـ})^{٢}]}}$$

$$= \frac{٥ \times ٧٢ - ٢٠ \times ٢٠}{\sqrt{[٥ \times ٩٠ - (٢٠)^{٢}]\,[٥ \times ٩٠ - (٢٠)^{٢}]}}$$

$$= \frac{٣٦٠ - ٤٠٠}{\sqrt{٥٠ \times ٥٠}} = - \frac{٤٠}{٥٠} = -٠,٨$$

$$\text{ر بجـ} = \frac{\text{ن مجـ بجـ} - \text{مجـ ب} \times \text{مجـ جـ}}{\sqrt{[\text{ن مجـ ب}^{٢} - (\text{مجـ ب})^{٢}]\,[\text{ن مجـ جـ}^{٢} - (\text{مجـ جـ})^{٢}]}}$$

$$= \frac{٥ \times ٧٨ - ٢٠ \times ٢٠}{\sqrt{[٥ \times ٩٥٠ - (٢٠)^{٢}]\,[٥ \times ٩٠ - (٢٠)^{٢}]}}$$

$$= \frac{٣٩٠ - ٤٠٠}{\sqrt{٥٠ \times ٥٠}} = \frac{-١٠}{٥٠} = -٠,٢$$

$$\text{ر اب.جـ} = \frac{\text{ر اب} + \text{ر}^{٢}\text{اجـ} - \text{ر اب} \times \text{ر اجـ} \times \text{ر بجـ}}{\sqrt{١ - \text{ر}^{٢}\text{بجـ}}}$$

$$= \frac{٠,٢ + (-٠,٨)^{٢} - ٢ \times ٠,٢ \times -٠,٨ \times -٠,٢}{\sqrt{١ - (-٠,٢)^{٢}}}$$

$$= \frac{٠,٢ - ٠,٦٤ - ٠,٠٦٤}{\sqrt{١ - ٠,٠٤}}$$

$$= \frac{٠,٢ - ٠,٧٠٤}{\sqrt{٠,٩٦}} = -٠,٥٢$$

يستخـدم ارتبـاط الثنـائى بيـن متغيريـن إذا كـان أحـد المتغيريـن يصنــف فى مجموعتين فقط والآخـر ينصف فى فئات عدديـة محـددة المحـدى. فإذا أردنـا حساب العلاقة بين الابتكار والمستوى الاجتماعى الثقافى وأن عينة الأفراد يمكن تصيفها إلى مرتفعى المستوى الاجتماعى الثقافى ومنخفضى المستوى الاجتماعى الثقافى أو أردنا حساب العلاقة بين الذكاء وسمات الشخصية الانطوائية والانبساطية وتم تصنيف عينة الأفراد إلى انطوائيـن وانبساطيـن. وواضح أن المتغيـر الثـانى فى الحالتين السابقتين مقسم إلى مجموعتين فقـط إلا أنـه متغيـر متصل Continous أى هناك درجات محتملة لا تنقطـع لهـذا التغيـر.

ولاستخدام هذه الطريقة ينبغى أن يكـون كـل مـن المتغيريـن متصلا، ولكـن تـم تصنيـف أحدهمـا إلى مجموعتيـن. وأن يكـون كـل من المتغيريـن موزعـاً فى المجموعة الأصلية (المجتمع الأصل) توزيعاً اعتدالياً.

طريقة حساب معامل الارتباط الثنائى:

إذا صنفنا الأفراد فى أحد المتغيرين إلى مجموعتين ورمزنا للمجموعـة الأولى بالرمز (سأ) ورمزنا للمجموعة الثانية بالرمز (سب) فإن خطوات حساب معامـل الارتباط الثنائى تتلخص فيمـا يلى:

١ – إيجـاد قيمتى متـوسط المجموعـة (أ) والمجموعـة (ب) أى سَأ ، سَب.

٢ – إيجاد الانحراف المعيارى للمجموعة الكليـة (ع).

٣ – تحديـد نسبـة عـدد أفراد المجموعتين إلى أفـراد المجموعـة الكليـة (المجموعتين معا)، وسنرمز لهمـا بالرمزيـن أ، ب.

٤ – بالرجوع إلى جدول الارتفاعـات وأجزاء المساحـات تحت المنحنى الاعتـدالى يمكـن حساب إرتفـاع المنحنى الاعتـدالى عـن نقطـة إنفصال المجموعتين وسنرمز له بالرمـز ص.

٥ – نعوض فى القانون التالى للحصول على معامل الارتباط الثنائى.

$$\text{رث} = \left(\frac{\bar{\text{س}}\,\text{أ} - \bar{\text{ص}}\,\text{ب}}{\text{ع}} \times \frac{\text{أ} \times \text{ب}}{\text{ص}} \right)$$

مثال (٦-٢١):

أوجد معامل الارتباط الثنائى بين درجات مجموعة من الطلاب فى اختبار للابتكار ودرجاتهم فى سمتى الانطوائية والانبساطية التى صنف الطلاب إلى مجموعتين حسب هاتين السمتين كما فى الجدول التالى:

الابتكار / الشخصية	١٠٠-	١٣٠-	١٦٠-	١٩٠-	٢٢٠-٢٥٠	المجموع
انطوائى	٢٠	٣٠	٤٥	٥٥	٣٠	١٨٠
انبساطى	١٠	٤٥	٦٥	٤٠	٥٠	
المجموع	٣٠	٧٥	١١٠	٩٥	٨٠	

الحـــــل

نحسب متوسط درجات مجموعة الانطوائيين (سَأ) ومتوسط درجات الانبساطيين (سَب) والانحراف المعيارى للمجموعة الكلية على النحو التالى:

أولا: حساب المتوسط للمجموعتين:

المجموعة (أ) **المجموعة (ب)**

ف	ك	س	س ك	ك	س	س ك
١٠٠-	٢٠	١١٥	٢٣٠٠	١٠	١١٥	١١٥٠
١٣٠-	٣٠	١١٤	٤٣٥٠	٤٥	١٤٥	٦٥٢٥
١٦٠-	٤٥	١٧٥	٧٨٧٥	٦٥	١٧٥	١١٣٧٥
١٩٠-	٥٥	٢٠٥	١١٢٧٥	٤٠	٢٠٥	٨٢٠٠
٢٢٠-٢٥٠	٣٠	٢٣٥	٧٠٥٠	٥٠	٢٣٥	١١٧٥٠
			٣٢٨٥٠	٢١٠		٣٩٠٠٠

$$\bar{\text{س}}_{\text{أ}} = \frac{\text{مجـ س ك}}{\text{مجـ ك}} = \frac{\text{٣٢٨٥٠}}{\text{١٨٠}} = \text{١٨٢,٥}$$

$$\bar{\text{س}}_{\text{ب}} = \frac{\text{٣٩٠٠٠}}{\text{٢١٠}} = \text{١٨٥,٧}$$

ثانيا: حساب الانحراف المعيارى للمجموعة الكليـة:

ف	س	ك	س ك	$\text{س}^{٢}$	$\text{س}^{٢}\text{ك}$
١٠٠-	١١٥	٣٠	٣٤٥٠	١٣٢٢٥	٣٩٦٧٥٠
١٣٠-	١٤٥	٧٥	١٠٨٧٥	٢١٠٢٥	١٥٧٦٨٧٥
١٦٠-	١٧٥	١١٠	١٩٢٥٠	٣٠٦٥٢	٣٣٨٧٥٠
١٩٠-	٢٠٥	٩٥	١٩٤٧٥	٤٢٠٢٥	٣٩٩٢٣٧٥
٢٢٠-٢٥٠	٢٣٥	٨٠	١٨٨٠٠	٥٥٢٢٥	٤٤١٨٠٠٠
		٣٩٠			٣٧٥٢٧٥٠

$$\text{ع} = \sqrt{\frac{\text{مجـ س}^{٢}\text{ ك}}{\text{مجـ ك}} - \left(\frac{\text{مجـ س ك}}{\text{مجـ ك}}\right)^{٢}}$$

$$\text{ع} = \sqrt{\frac{\text{١٣٧٥٢٢٧٥٠}}{\text{٣٩٠}} - \left(\frac{\text{٧١٨٥٠}}{\text{٣٩٠}}\right)^{٢}}$$

$$= \sqrt{\text{٣٥٢٦٣,٤٦} - \text{٣٣٩٤٠,٩٧}}$$

$$= \sqrt{\text{١٣٢٢,٩}} = \text{٧٣,٦٣}$$

ثالثاً: حساب نسب عدد أفراد كل مجموعة إلى أفراد المجموعة الكليـة:

نسبة عدد أفراد المجموعة الأولى إلى العـدد الكلى

$$\text{أ} = \frac{\text{١٨٠}}{\text{٣٩٠}} = \text{٠,٤٦}$$

نسبة عدد أفراد المجموعة الثانيـة إلى العـدد الكلى

ب = ٢١٠ / ٣٩٠ = ٠,٥٤

رابعاً: حساب ارتفاع المنحنى اللاعتدالى عند نقطة انفصال المجموعتيـن (ص):

نبحث فى جدول الارتفاعات والمساحات أفل المنحنى الاعتـدالى رقـم (١) بالملحق ص ٣٨٧ عن الارتفاع عندما تكون المساحة الكبرى ٠,٥٤ والمساحـة الصغرى ٠,٤٦ فنجد أنهـا تساوى ٠,٤٠.

خامساً: التعويض فى القانـون:

ارتباط الثنائى

ر ث = (سَ ا − سَ ب) / ع × (أ × ب) / ص

ر ث = (١٨٢,٥ − ١٨٥,٧) / ٣٦,٣٧ × (٠,٤٦ لا ٠,٥٤) / ٠,٤٠

= (− ٣,٢) / ٣٦,٣٧ × ٠,٢٥ / ٠,٤٠

= −٠,٠٩ × ٠,٦٢٥

= − ٠,٠٥٦ وهو معاسل إرتبـاط سالب.

تطبيقات تربَويَّة عَلى معَامِل الارتبـاط:

يستخدم معامـل الارتبـاط (ر)Coefficient of Correlation فى حساب ثبـات وصدق المقـاييس النفسيـة والتربويـة كمـا يستخـدم فى حساب الاتساق الداخلى لمفردات المقاييس النفسية والتربويـة.

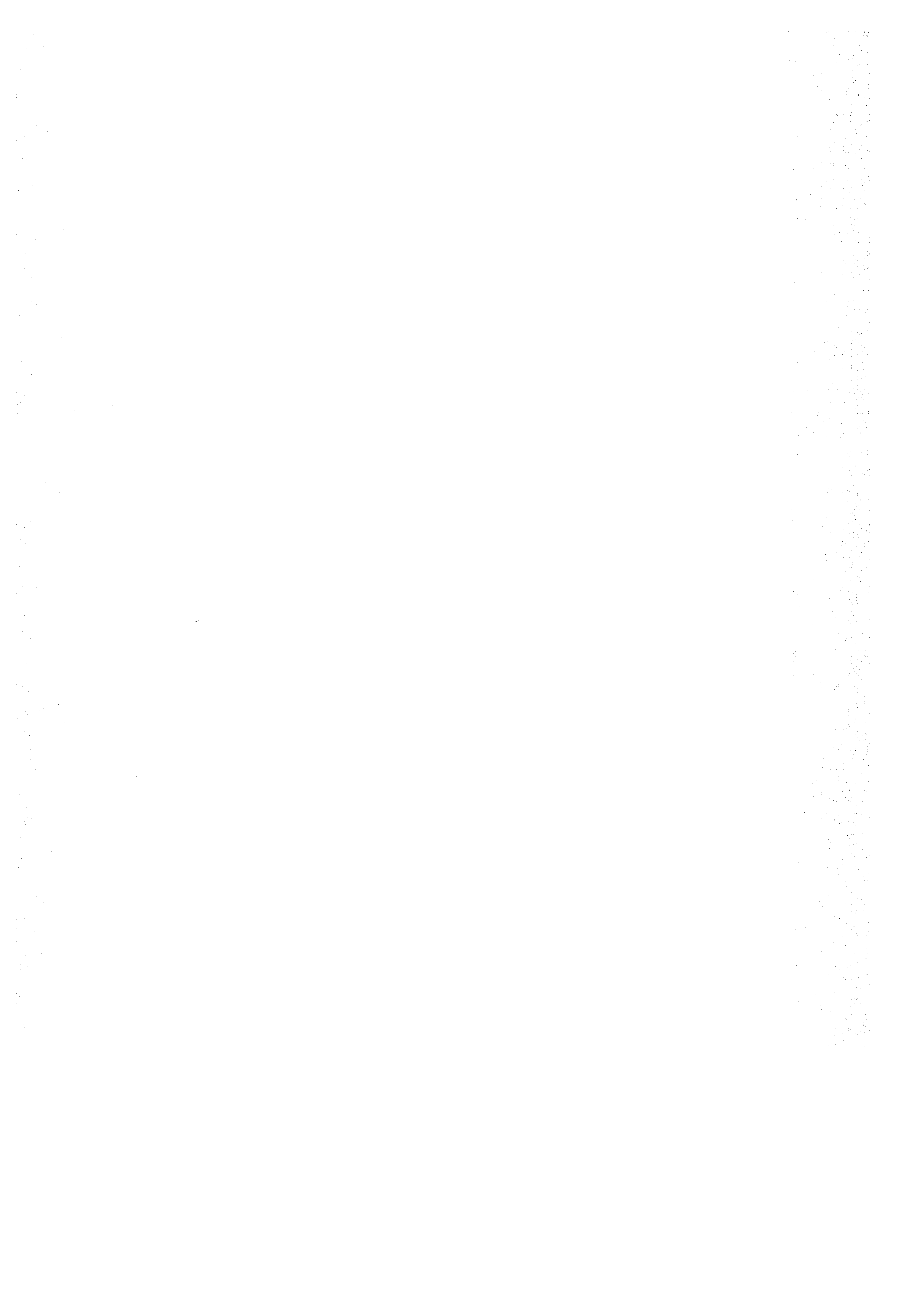
الفصل السابع

تحليـــل الانحـــــــدار

Regression Analysis

١ - الانحدار الخطى Leaner Regression

٢ - الانحدار المتعدد الخطوات Step - Wise Regression



تحليل الإنحــدار

Regression Analysis

يهدف الانحدار إلى التنبؤ بأحد المتغيرات إذا علم مقدار متغير آخر أو أكثر ترتبط مع هذا المتغير بعلاقة خطية.

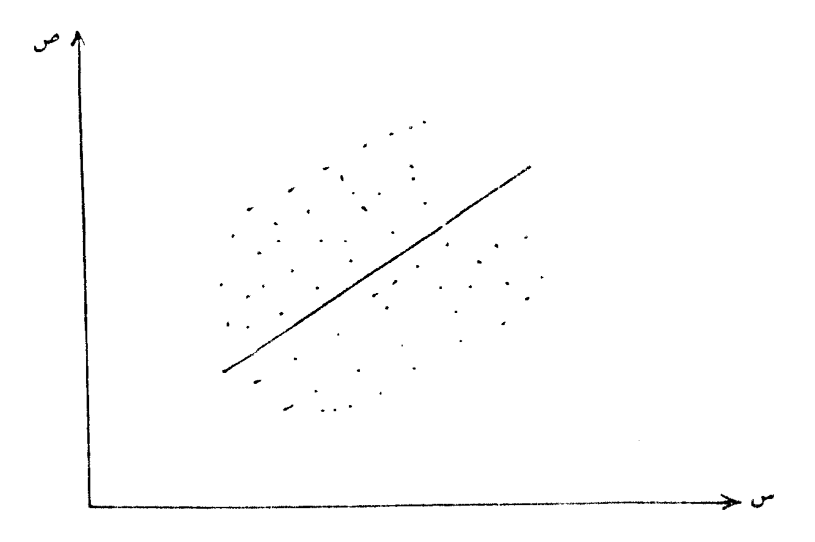
وقد يكون معامل الارتباط بين متغيرين كافياً للتعرف [illegible] العلاقة بينهما.
ولكن فى أحيان كثيرة يكون الهدف من التحليل الإحص [illegible] ثر من معرفة
العلاقة بين المتغيرين حيث أن هدف العلم بصفة عامة هو ال [illegible] واهر وضبطها.
ومعادلة الانحدار توفر أفضل طريقة من الطرق الاحصائية [illegible] للتنبؤ بدرجة
فرد فى أحد المتغيرين بمعرفة درجته فى متغير آخر

ومعادلة الانحدار هى معادلة خط مستقيم، فإذا افترضنا أن معادلة الانحدار الخطى هى:

ص = أ + ب س فإن هذه المعادلة تمثل خطاً مستقيماً ميله ب ويقطع من المحور الرأسى (محور ص) جزء طوله أ.

ولكن معادلة الانحدار لاتمثل إرتباطاً تاماً بين متغيرين كما هو الحال فى معادلة الخط المستقيم، لأن الارتباط التام نادر الحدوث فى الحياة اليومية بعامة وفى المتغيرات المرتبطة بالنواحى الاجتماعية والنفسية والتربوية بخاصة ففى كثير من الحالات يكون الاتجاه العام قريباً من الخط المستقيم ولكن لاتقع جميع النقاط على خط مستقيم، ويسمى الخط المستقيم الذى يتوسط هذه النقاط بخط الانحدار.

ويمثل شكل (٨-١) خط انحدار المتغير ص على المتغير س مثلا:



شكل (٨-١): خط انحدار المتغير ص على المتغير (س)

فإذا كانت معادلة انحدار ص على س كما سبق إيضاحه هى : ص = أ + ب‌س.

فإذا كانت ص هى القيمة المتوقعة (أو التى يمكن التنبؤ بقيمتها بدلالة قيم س) فإن قيمة ب تسمى بمعامل انحدار ص على س، ويمكن حساب قيم كل من أ، ب رياضيا بحيث تقلل أخطاء التقدير أو المتوقع إلى نهايته الصغرى كما سيتضح عند التعرض لطرق حساب معادلة الانحدار الخطى.

وهناك عدة شروط لاستخدام معادلة الانحدار الخطى فى التنبؤ بالظواهر المختلفة يمكن ايجازها فيما يأتى:

١ - ينبغى أن تكون المتغيرات المستقلة مرتبطة بعلاقة خطية مع المتغير التابع.

٢ - يمكن جمع تأثيرات المتغيرات المستقلة معاً لينتج مقدار التنبؤ بالمتغير التابع.

٣ - ينبغى ألا تكون المتغيرات المستقلة مترابطة فيما بينها.

٤ – ينبغى أن تكون جميع المتغيرات المستقلة من المتغيرات المتصلة.

٥ – ينبغى أن يكون المتغير التابع موزعاً توزيعاً اعتدالياً خلال مستويات المتغيرات المستقلة كل على انفراد وكلهم مجتمعين.

٦ – أن يكون تباين المتغير التابع متساو خلال مستويات المتغيرات المستقلة.

٧ – ينبغى أن تكون فئة المتغيرات المستقلة متضمنة لكل المتغيرات الرئيسية المؤثرة على المتغيرات التابعة.

٨ – ينبغى أن تكون المقاييس المستخدمة على درجة عالية من الثبات والصدق.

حساب معادلة الانحدار الخطى البسيط

فيما يلى استعراض لطريقتين من طرق حساب معادلة الانحدار الخطى البسيط وهى:

الطريقة الأولى: حساب معادلة الانحدار الخطى البسيط من الدرجات الخام:

إذا افترضنا أن معادلة الانحدار الخطى هى:

ص = أ + ب س

فإننا نستطيع تعيين المعادلة إذا علمت قيم أ، ب، فإذا حسبت قيمة ب فى المعادلة:

$$\text{ب} = \frac{\text{ن مجـ س ص} - \text{مجـ س} \times \text{مجـ ص}}{\text{ن مجـ س}^2 - (\text{مجـ س})^2} \quad (١)$$

وحسبت قيمة أ من المعادلة:

$$\text{أ} = \bar{\text{ص}} - \text{ب}\bar{\text{س}} \quad (٢)$$

فإنه يمكن حساب معادلة انحدار ص على س، والأمثلة التالية توضح طريقة حساب معادلات الانحدار الخطى.

مثال (٨-١):

احسب معادلة انحدار ص على س للبيانات الموضحة بالجدول التالي:

س	١	٣	٥	٧	٩	١٠	١٣	١٥
ص	١٤	١٣	١٢	١١	١٠	٩	٨	٧

الحـــل

س	ص	س^2	ص^2	س ص
١	١٤	١	١٩٦	١٤
٣	١٣	٩	١٦٩	٣٩
٥	١٢	٢٥	١٤٤	٦٠
٧	١١	٤٩	١٢١	٧٧
٩	١٠	٨١	١٠٠	٩٠
١١	٩	١٢١	٨١	٩٩
١٣	٨	١٦٩	٦٤	١٠٤
١٥	٧	٢٢٥	٤٩	١٠٥
٦٤	٨٤	٦٨٠	٩٢٤	٥٨٨
$\bar{\text{س}}$ = ٨	$\bar{\text{ص}}$ = ١٠,٥			

$$\text{ب} = \frac{\text{ن مجـ س ص} - \text{مجـ س} \times \text{مجـ ص}}{\text{ن مجـ س}^2 - (\text{مجـ س})^2}$$

، $\text{أ} = \bar{\text{ص}} - \text{ب}\,\bar{\text{س}}$

$$= \frac{٨\times٥٨٨ - ٦٤\times٨٤}{٨\times٦٨٠ - (٦٤)^2} = \frac{٤٧٠٤ - ٥٣٧٦}{٥٤٤٠ - ٤٠٩٦}$$

$$= \frac{-٥٧٢}{٣٤٤} = -١,٦٦٣ = -١,٧$$ تقريباً

أ = ١٠,٥ - (-١,٧) × ٨

= ١٠,٥ + ١٣,٦

= ٢٤,١

∴ معادلـة انحدار س على س هى :

ص = ٢٤,١ - ١,٧س

مثال (٨-٢):

احسب معادلة انحدار ص على س للبيانات الموضحة بالجدول التالى:

س	٧	٧	٦	١٥	٩	١٦
ص	٢	٢	٣	٩	٥	٩

الحـــــل

س	ص	س٢	س ص
٧	٢	٤٩	١٤
٧	٢	٤٩	١٤
٦	٣	٣٦	١٨
١٥	٩	٢٢٥	١٣٥
٩	٥	٨١	٤٥
١٦	٩	٢٥٦	١٤٤
٦٠	٣٠	٦٩٦	٣٧٠
سَ = ١٠	سَ = ٥		

$$ب = \frac{ن\,مجـ س ص - مجـ س \times مجـ ص}{ن\,مجـ س^{٢} - (مجـ س)^{٢}}$$

$$ب = \frac{٨\times٣٧٠ - ٦٠\times٣٠}{٨\times٦٩٦ - (٦٠)^{٢}} = ٠,٧٣$$

$$أ = \bar{ص} - ب\bar{س}$$

$$= ٥ - ٠,٧٣ \times ١٠ = -٢,٣$$

معادلــة انحدار س على ص هى

$$= ٢,٣ + ٠,٧٣\ س$$

مثال (٨-٣):

احسب معادلة انحدار س على ص للبيانات الموضحة بالجدول التالى:

س	٥	٣	٢	٤	٦
ص	٨	٧	٥	٦	٤

الحـــــل

س	ص	س ص	$ص^{٢}$
٥	٨	٤٠	٦٤
٣	٧	٢١	٤٩
٢	٥	١٠	٢٥
٤	٦	٢٤	٣٦
٦	٤	٢٤	١٦
٢٠	٣٠	١١٩	١٩٠

$$\bar{س} = \frac{٢٠}{٥} = ٤$$

$$\bar{ص} = \frac{٣٠}{٥} = ٦$$

نفرض أن معادلة انحدار س على ص هى:

$$س = جـ + د ص$$

$$حيث\ د = \frac{ن مجـ س ص - مجـ س \times مجـ ص}{ن مجـ ص^{٢} - (مجـ ص)^{٢}}$$

$$، جـ = \bar{س} - د\bar{ص}$$

$$حيث\ د = \frac{٥ \times ١١٩ - ٢٠ \times ٣٠}{٥ \times ١٩٠ - (٣٠)^{٢}} = \frac{٥٩٥ - ٦٠٠}{٩٥٠ - ٩٠٠}$$

$$= \frac{-٥}{٥٠} = -٠,١$$

$$، جـ = ٤ - (-٠,١) \times ٦$$

$$= ٤ + ٠,٦ = ٤,٦$$

$$س = ٤,٦ - ٠,١ ص$$

بضرب طرفى المعادلة فى ١٠

$$١٠ س = ٤٦ - ص$$

الطريقة الثانية: حساب معادلة الانحدار الخطى البسيط بمعلومية معامل الارتباط بين المتغيرين س، ص والانحراف المعيارى لكل منهما:

إذا فرضنا أن معادلة انحدار ص على س هى:

$$ص = أ + ب س$$

فإنه يمكن تحديد قيم أ، ب كما يلى:

$$أ = \bar{ص} - ب\bar{س}$$

$$ب = ر \times \frac{ع_ص}{ع_س}$$

وتكون معادلة انحدار ص على س هى:

$$ص = \bar{ص} - ر \times \left(\frac{ع_ص}{ع_س} \right) \bar{س}$$

مثال (٨-٤):

احسب معادلة انحدار ص على س من البيانات التالية باستخدام معامل الارتباط بين س، ص والانحراف المعيارى لهما:

س	٥	٧	٦	٤	٨
ص	٦	٧	٥	٨	٤

الحـــــل

س	ص	ح س	ح ص	$ح^2$ س	$ح^2$ ص	ح س × ح ص
٥	٦	١-	صفر	١	٠	صفر
٧	٧	١	١	١	١	١
٦	٥	صفر	١-	٠	١	صفر
٤	٨	٢-	٢	٤	٤	٤-
٨	٤	٢+	٢-	٤	٤	٤-
٣٠	٣٠			١٠	١٠	٧-

$$\bar{س} = \frac{٣٠}{٥} = ٦ \qquad ع_{س} = \sqrt{\frac{مج\ ح^{٢}س}{ن}} = \sqrt{\frac{١٠}{٥}} = \sqrt{٢}$$

$$\bar{ص} = \frac{٣٠}{٥} = ٦ \qquad ع_{ص} = \sqrt{\frac{مج\ ح^{٢}ص}{ن}} = \sqrt{\frac{١٠}{٥}} = \sqrt{٢}$$

$$ر = \frac{مج\ ح س \times ح ص}{\sqrt{مج\ ح^{٢}س \times مج\ ح^{٢}ص}} = \frac{-٧}{\sqrt{١٠ \times ١٠}} = -٠,٧$$

$$ص = ٦ + (-٠,٧) \times \frac{\sqrt{٢}}{\sqrt{٢}} (س - ٦) = ٦ - ٠,٧\ (س - ٦) = ٦ - ٠,٧س + ٤,٢$$

$$ص = ١٠,٢ - ٠,٧س \quad أى \quad ١٠\ ص = ١٠٢ - ٧س$$

مثال (٨-٥):

احسب معادلة انحدار ص على س الموضحة بالجدول التالى:

س	٣	٥	٦	٤	٧	٤	٦
ص	٥	٦	٣	٤	٦	٧	٤

الحـــل

س	ص	ح س	ح ص	ح س × ح ص	$ح^{٢}$ س	$ح^{٢}$ ص
٣	٥	−٢	٠	٠	٤	٠
٥	٦	٠	١	٠	٠	١
٦	٣	١	−٢	−٢	١	٤
٤	٤	−١	+١	+١	١	١
٧	٦	٢	٢	٢	٤	١
٤	٧	−١	−٢	−٢	١	٤
٦	٤	١	−١	−١	١	١
٣٥	٣٥			−٢	١٢	١٢

$$\bar{س} = \frac{35}{7} = 5$$

$$\bar{ص} = \frac{35}{7} = 5$$

$$ع_س = \sqrt{\frac{12}{7}} = \sqrt{1.72} = 1.3$$

$$ع_ص = \sqrt{\frac{12}{7}} = 1.3$$

$$ر = \frac{مجـ ح س \times ح ص}{\sqrt{مجـ ح^2 س \times مجـ ح^2 ص}}$$

$$= \frac{-2}{\sqrt{12 \times 12}} = -0.16$$

$$ص = \bar{ص} + ر \times \frac{ع\ ص}{ع\ س} (س - \bar{س})$$

$$ص = 5 + (-0.16) \times \frac{1.3}{1.3} (س - 5)$$

$$ص = 5 - 0.16 س + 0.80$$

$$ص = 5.8 - 0.16 س$$

يضرب طرفى المعادلة فى ١٠٠

$$100 ص = 580 - 16 س$$

مثال (٨-٦):

حصل أحد الطلاب فى الامتحان النصفى لمقرر الاحصاء التربوى على ٦٢ درجة، فما الذى تتنبأه لهذا الطالب فى الامتحان النهائى علماً بأن متوسط درجات الطلاب فى مجموعة فصله فى الاختبار النصفى هو ٧٠ بانحراف معيارى قدره ٤ وأن متوسط درجات طلاب فصله فىالامتحان النهائى لهذا المقرر هو ٧٥

درجة بانحراف معيارى قدره ٨ مع العلم بأن معامل الارتباط بين درجات الطلاب فى الامتحانين هو ر = ٠,٦٠

$$\text{س} = \bar{\text{ص}} + \text{ر} \times \frac{\text{ع س}}{\text{ع ص}} (\text{س} - ٥)$$

$$\text{س} = ٧٥ + ٠,٦٠ \times \left(\frac{٨}{٤}\right)(٦٢ - ٧٠)$$

$$= ٧٥ - ٩,٦٠ = ٦٥,٤٠$$

مثال (٨-٧):

احسب معادلة انحدار س على ص للبيانات الموضحة بالجدول التالى:

س	٧	٦	٣	٤	٥
ص	٥	٤	٣	٦	٧

الحـــــل

س	ص	ح س	ح ص	ح س × ح ص	ح^2 س	ح^2 ص
٧	٥	٢	٠	٠	٤	٠
٦	٤	١	-١	-١	١	١
٣	٣	-٢	-٢	٤	٤	٤
٤	٦	-١	١	-١	١	١
٥	٧	٠	٢	٠	٠	٤
٢٥	٢٥			٢	١٠	١٠

$$\bar{\text{س}} = \frac{\text{٢٥}}{\text{٥}} \text{ ، } \bar{\text{ص}} = \frac{\text{٢٥}}{\text{٥}} = \text{٥}$$

$$\text{ع}_{\text{س}} = \sqrt{\frac{\text{١٠}}{\text{٥}}} = \text{٢} = \text{١,٤١}$$

$$\text{ع}_{\text{ص}} = \sqrt{\frac{\text{١٠}}{\text{٥}}} = \text{٢} = \text{١,٤١}$$

$$\text{ر} = \frac{\text{مجـ ح س} \times \text{ح ص}}{\sqrt{\text{مجـ ح}^{2}\text{ س} \times \text{مجـ ح}^{2}\text{ ص}}}$$

$$= \frac{\text{٢}}{\sqrt{\text{١٠} \times \text{١٠}}} = \frac{\text{٢}}{\text{١٠}} = \text{٠,٢}$$

$$= \text{٥} + \text{٠,٢} \,(\text{ص} - \text{٥})$$

$$\text{، س} = \bar{\text{ص}} + \text{ر} \times \frac{\text{ع}_{\text{س}}}{\text{ع}_{\text{ص}}} (\text{ص} - \bar{\text{ص}})$$

$$= \text{٥} + \text{٠,٢} \times \frac{\sqrt{\text{٢}}}{\sqrt{\text{٢}}} (\text{ص} - \text{٥})$$

$$= \text{٥} + \text{٠,٢ ص} - \text{١}$$

$$= \text{٤} + \text{٠,٢ ص}$$

$$\text{س} = \text{٠,٢ ص} + \text{٤}$$

وبضرب طرفي المعادلة في ١٠

$$\text{١٠ س} = \text{٢ص} + \text{٤٠}$$

طريقة حساب معادلة الانحدار المتعدد

نفترض أن لدينا عينة مكونة من عدد من الأفراد (ن) وأننا قد قمنا بقياس ٣ متغيرات مستقلة أو أكثر لكل فرد من أفراد هذه العينة. ونفترض أننا نرغب فى معرفة أفضل متغير من المتغيرات المستقلة يستطيع التنبؤ بالمتغير التابع أو أننا نرغب فى التعرف على أهم متغير من المتغيرات المتسقلة من حيث تأثيره فى المتغير التابع بالنسبة للمتغيرات الأخرى، وسنرمز للمتغير التابع كما سبق بالرمز ص ونرمز للمتغيرات المستقلة بالرموز س١، س٢، س٣،... ثم نقوم بحساب قيم أ، ب١، ب٢، ب٣،... التى تنتج من أعلى معامل إرتباط موجب يمكن الحصول عليه من قيم ص المشاهدة وقيم صَ المحسوبة ومعامل الارتباط الناتج يسمى معامل الارتباط المتعدد. وكلما يزداد عدد المتغيرات المستقلة (س) فإن طريقة حساب قيم أ، ب١، ب٢، ب٣،.. تكون أكثر صعوبة.

وفيما يلى يوضح المؤلف طريقة حساب ب١، ب٢ ثم طريقة حساب أ كالتالى:-

١ - حساب قيم ب١، ب٢:-

إذا فرضنا أن معادلة الانحدار المتعدد فى متغيرين هى:

ص = أ + ب١س١ + ب٢س٢

فإن القيم العظمى لمعامل الارتباط بين قيم ص المشاهدة وقيم صَ المحسوبة من معادلة التنبؤ يمكن الحصول عليها إذا عرفنا قيم أن أ، ب١، ب٢ التى تجعل مجموع مربعات الفروق بين القيمتين أصغر ما يمكن.

∴ مجموع مربعات الفروق = مجـ(ص - صَ)^2

فإذا كان متوسط درجات ص هو صَ ومتوسط درجات س١، س٢ هو على الترتيب سَ١، سَ٢، فإنه يمكن حساب قيمة أ من المعادلة التالية:

أ = صَ -ب١سَ١ - ب٢سَ٢ (٢)

وبالتعويض عن قيمة أ فى المعادلة رقم (١)

ص = صَ + ب$_{١}$ (س$_{١}$ − سَ$_{١}$) + ب$_{٢}$ (س$_{٢}$ − سَ$_{٢}$)

ص = صَ + ب$_{١}$س$_{١}$ + ب٢س$_{٢}$

وعندما يكون مجموع مربعات الفروق بين قيم ص المشاهدة وصَ المحسوبة أقل ما يمكن، فإن قيم ب١، ب٢ لابد وأن تحقق المعادلتين التاليتين:

ب١محس١^{٢} + ب٢محس١س٢ = محس١ص (٣)

ب١مح س١ س٢ + ب٢محس^{٢}٢ = محس٢ص (٤)

يتضح من المعادلتين (٣)، و(٤) أن لدينا معادلتين فى مجهولين هما ب١، ب٢ ويمكن حل هاتين المعادلتين بالطريقة الجبرية المعروفة كأن نضرب طرفى المعادلة (٣) فى محس^{٢}٢ والمعادلة (٤) فى محس١س٢ مثلا فتكون المعادلتان الناتجتان هما:

ب١(محس^{٢}١) (محس^{٢}٢) + ب٢ (محس١س٢) (محس^{٢}٢)

= (محس١ص) (محس^{٢}٢) (٥)

ب١(محس١س٢)^{٢}+ب٢(محس ١س٢)(محس^{٢}٢)=
(محس٢ص)(محس١س٢) (٦)

نطرح طرفى المعادلة (٦) من طرفى المعادلة (٥)

ب١(محس^{٢}١)(محس^{٢}٢) − ب١ (محس١س٢)(محس٢)^{٢}

= (محس١ص) (محس^{٢})^{٢} −(محس٢ص)(مح س١س٢)

ب١ = [(محس١ص)(محس^{٢}٢) + ب٢ (محس٢ص)(محس١س٢)] ÷ [(محس^{٢}١)(مح س^{٢}٢)− (محس١س٢)^{٢}]

ب٢ = [(محس٢ص) (محس^{٢} ١) −(محس١ص)(مح س١س٢)] ÷ [(محس^{٢}١)(مح س^{٢}٢)− (محس١س٢)^{٢}]

مثال (٨-٧):

إحسب معادلة انحدار ص على س١، س٢ الموضحة بالجدول التالى:

ص	٥	٤	٣	٨
س١	٦	٣	٧	٤
س٢	٥	٦	٢	٧

الحـــــل

نفرض أن معادلة انحدار ص على س١، س٢ هى:

$$\text{ص} = \text{أ} + \text{ب}_1\text{س}_1 + \text{ب}_2\text{س}_2$$

$$\text{ب}_1 = \frac{(\Sigma\text{س}_1\text{ص})(\Sigma\text{س}_2^2) + x\,(\Sigma\text{س}_2\text{ص})(\Sigma\text{س}_1\text{س}_2)}{(\Sigma\text{س}_1^2)(\Sigma\text{س}_2^2) - (\Sigma\text{س}_1\text{س}_2)^2}$$

$$\text{، ب}_2 = \frac{(\Sigma\text{س}_2\text{ص})(\Sigma\text{س}_1^2) - (\Sigma\text{س}_1\text{ص})(\Sigma\text{س}_1\text{س}_2)}{(\Sigma\text{س}_1^2)(\Sigma\text{س}_2^2) - (\Sigma\text{س}_1\text{س}_2)^2}$$

ص	س١	س٢	س١ص	س٢ص	س_1^2	س_2^2	س١س٢
٥	٦	٥	٣٠	٢٥	٣٦	٢٥	٣٠
٤	٣	٦	١٢	٢٤	٩	٣٦	١٨
٣	٧	٢	٢١	٦	٤٩	٤	١٤
٨	٤	٧	٣٢	٥٦	١٦	٤٩	٢٨
٢٠	٢٠	٢٠	٩٥	١١١	١١٠	١١٤	٩٠
$\bar{\text{ص}}$=٥	$\bar{\text{س}}_1$=٥	$\bar{\text{س}}_2$=٥					

$$\frac{٩٠\times١١١ - ١١٤\times٩٥}{(٩٠)^{٢} - ١١٤ \times ١١٠} = \text{ب}١$$

$$٠,١٩ = \frac{٨٤٠}{٤٤٤٠} = \frac{٩٩٩٠ - ١٠٨٣٠}{٨١٠٠ - ١٢٥٤٠} =$$

$$\frac{٩٠\times٩٥ - ١١٠ \times ١١١}{(٩٠)^{٢}١١٤ \times ١١٠} = \text{ب}٢$$

$$٠,٨٢ = \frac{٢٦٦٥}{٤٤٤٠} = \frac{٨٥٥٠ - ١٢٢١٠}{٨١٠٠ - ١٢٥٤٠} =$$

وجيث أن أ = صَ − ب١سَ١ − ب٢سَ٢

أ = ٥ −٠,١٩ × ٥ − ٠,٨٢ × ٥

= ٥ − ٠,٩٥ − ٤,١٠ = ٥ − ٥,٠٥ = ٠,٠٥

معادلة انحدار ص على س١، س٢ هي:

ص = ٠,٠٥ + ٠,١٩س١ + ٠,٨٢س٢

∴ ١٠٠ ص = ١٩$\text{س}_{١}$ + ٨٢,٠$\text{س}_{٢}$ − ٥

مثال (٨ − ٨):

احسب معادلة انحدار ص على س١، س٢ للبيانات الموضحة بالجدول التالي:

ص	٢	٣	٥	٤	٦
س١	٣	٤	٥	٦	٢
س٢	٦	٣	٢	٤	٥

الحـــــل

نفرض أن معادلة انحدار ص على س١، س٢ هي:

ص = أ + ب١س١ + ب٢س٢

حيث: $ب_1 = \frac{(\text{مجـ}\,س_1ص)(\text{مجـ}\,س_2^2) + ب_2\,(\text{مجـ}\,س_2ص)(\text{مجـ}\,س_1س_2)}{(\text{مجـ}\,س_1^2)(\text{مجـ}\,س_2^2) - (\text{مجـ}\,س_1س_2)^2}$

، $ب_2 = \frac{(\text{مجـ}\,س_2ص)\,(\text{مجـ}\,س_1^2) - (\text{مجـ}\,س_1ص)(\text{مجـ}\,س_1س_2)}{(\text{مجـ}\,س_1^2)(\text{مجـ}\,س_2^2) - (\text{مجـ}\,س_1س_2)^2}$

ص	س١	س٢	س١ص	س٢ص	$س_1^2$	$س_2^2$	س١س٢
٢	٣	٦	٦	١٢	٤	٣٦	١٨
٣	٤	٣	١٢	٩	٩	٩	١٢
٥	٥	٢	٢٥	١٠	٢٥	٤	١٠
٤	٦	٤	٢٤	١٦	١٦	١٦	٢٤
٦	٢	٥	١٢	٣٠	٣٦	٢٥	١٠
٢٠	٢٠	٢٠	٧٩	٧٧	٩٠	٩٠	٧٤
$\bar{س}$ = ٤	$\bar{ص}$ = ٤						

$ب_1 = \frac{٧٩\times٩٠ - ٧٧\times٧٤}{٩٠\times٩٠ - (٧٤)^2}$

$= \frac{٧١١٠ - ٥٦٩٨}{٨١٠٠ - ٥٤٧٦} = \frac{١٤٠٩٢}{٢٦٢٤} = ٠,٥٧$

$ب_2 = \frac{٧٧\times٩٠ - ٧٩\times٧٤}{٩٠\times٩٠ - (٧٤)^2}$

$= \frac{٦٩٣٠ - ٥٨٤٦}{٢٦٢٤} = \frac{١٠٨٤}{٢٦٢٤} = ٠,٤١$

أ = ٤ − ٠,٥٧ × ٤ − ٠,٤١ × ٤

= ٤ − ٢,٢٨ − ١,٦٤ = ٤ − ٣,٩٢ = ٠,٠٨

معادلة انحدار ص على س١، س٢ هي:

ص = ٠,٠٨ + ٠,٥٧س١ + ٠,٤١س٢

يضرب طرفى المعادلة فى ١٠٠

١٠٠ ص = ٨ + ٥٧س١ + ٤١س٢

مثال (٨-٩):

احسب معادلة انحدار ص على س١، س٢ للبيانات الموضحة بالجدول التالى:

ص	٢	٤	٥	٣	٦
س١	٥	٣	٢	٤	٦
س٢	٥	٢	٤	٦	٣

الحـــــل

ص	س١	س٢	س١ص	س٢ص	س١²	س٢²
٢	٥	٥	١٠	١٠	٢٥	٢٥
٤	٣	٢	١٢	٨	٩	٤
٥	٢	٤	١٠	٢٠	٤	١٦
٣	٤	٦	١٢	١٨	١٦	٣٦
٦	٦	٣	٣٦	١٨	٣٦	٩
٢٠	٢٠	٢٠	٨٠	٧٤	٩٠	٩٠

ب١ = (مجـس١ص × مجـس٢² − مجـس٢ص × مجـس١س٢) / (مجـس١² × مجـ س٢² − (مجـس١س٢)²)

ب١ = (٨٠ × ٩٠ − ٧٤ × ٨١) / (٩٠ × ٩٠ − (٨١)²)

= (٧٢٠٠ − ٥٩٩٤) / (٨١٠٠ − ٦٥٦١) = ١٢٠٦ / ١٥٣٩

$$\text{، ب}_2 = \frac{(\text{مجـ س}_2\text{ص})(\text{مجـ س}_1^2) - (\text{مجـ س}_1\text{ص})(\text{مجـ س}_1\text{س}_2)}{(\text{مجـ س}_1^2)(\text{مجـ س}_2^2) - (\text{مجـ س}_1\text{س}_2)^2}$$

$$\text{ب}_2 = \frac{٧٤ \times ٩٠ - ٨٠ \times ٨١}{٩٠ \times ٩٠ - (٨١)^2}$$

$$= \frac{٦٦٦٠ - ٦٤٨٠}{١٥٣٩} = \frac{١٨٠}{١٥٣٩} = ٠,١١$$

$\text{أ} = \bar{\text{ص}} - \text{ب}_1\bar{\text{س}}_1 - \text{ب}_2\bar{\text{س}}_2$

أ = ٤ − ٠,٧٨ × ٤ − ٠,١١ × ٤

= ٤ − ٣,١٢ − ٠,٤٤ = ٤ − ٣,٥٦ = ٠,٤٤

$\text{ص} = ٠,٤٤ + ٠,٧٨\text{س}_1 + ٠,١١\text{س}_2$

بضرب طرفي المعادلة في ١٠٠

$١٠٠\ \text{ص} = ٤٤ + ٧٨\text{س}_1 + ١١\text{س}_2.$

تمارين على الفصل

احسب معادلات انحدار ص على س وانحدار س على ص للبيانات التالية:

(٨-١)

س	٢	٣	٥	٦	٧	٧
ص	٥	٣	٦	٧	٢	٧

(٨-٢)

س	٥	٤	٦	٧	٨	٥
ص	٤	٣	٢	٦	٤	٩

(٨-٣)

س	٣	٢	٦	٤	١	٥
ص	٨	٦	٤	٧	٨	٢

(٨-٤)

احسب معادلات انحدار ص على س١، س٢ للبيانات التالية:

ص	٦	٤	٨	٧	٥
س١	٢	٣	٥	٤	٦
س٢	٤	٣	٥	٧	٦

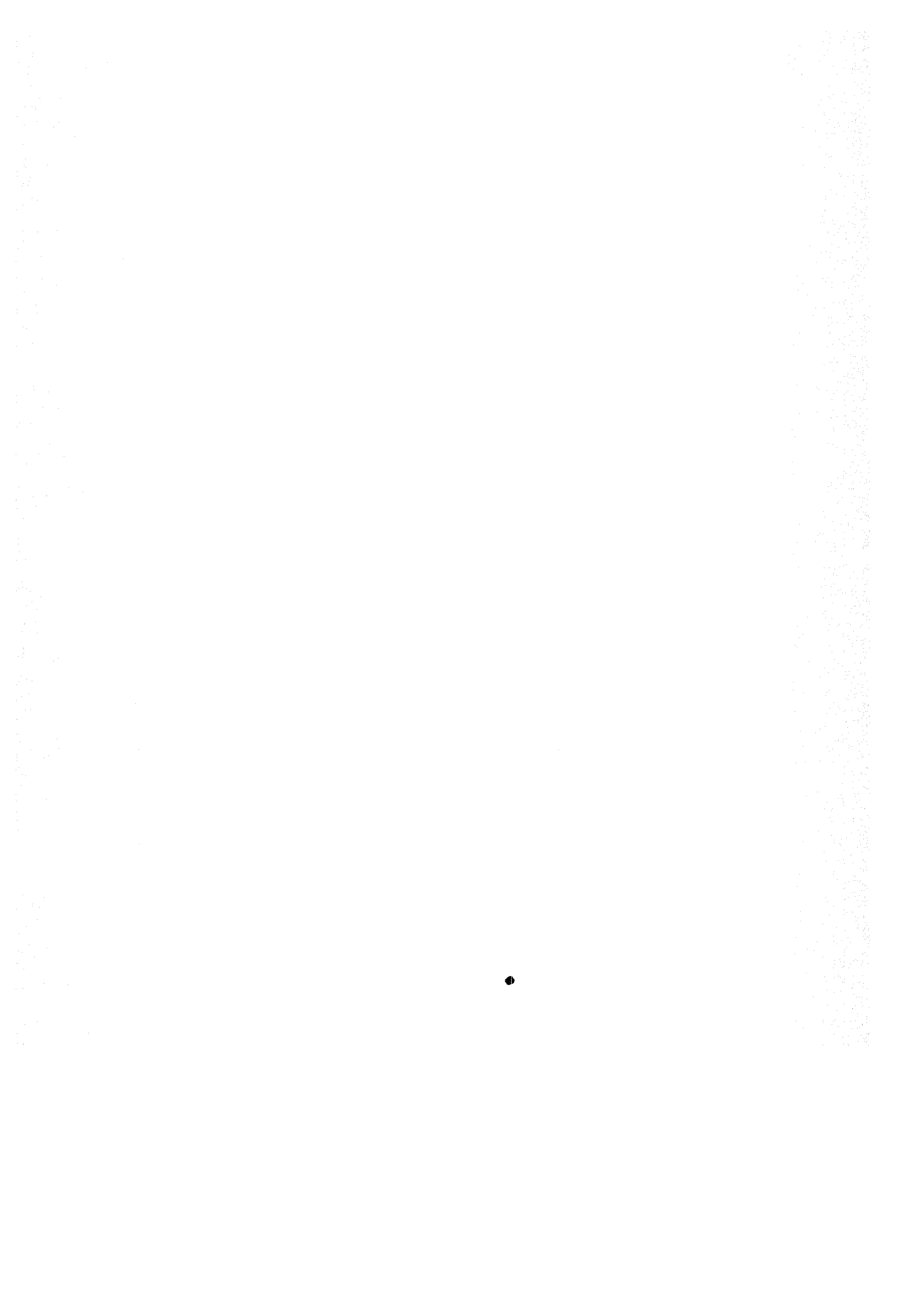
(٨-٥)

ص	٨	٥	٤	٦	٢
س١	٢	١	٣	٤	٥
س٢	٦	٤	٣	٢	٥

الفصل الثامن

تحليـــــل التَّبَــايــن

Analysis of Variance



تحليل التباين

Analysis of Variance

تعتبر طريقة تحليل التباين من أهم الطرق الاحصائية المستخدمة فى الدراسات والبحوث النفسية والتربوية ويهدف تحليل التباين إلى تحقيق الأغراض التالية:

١ – الكشف عن مدى تجانس العينات ومدى انتسابها إلى أصل واحد أو أصول ممتعددة.

٢ – الكشف عن الفروق القائمة بين البنين والبنات سواء فى القدرات العقلية أو السمات المزاجية أو النواحى التحصيلية.

٣ – قياس مدى تجانس المفردات التى تتألف منها الاختبارات النفسية والتربوية.

هذا وتختلف وتتعدد طرق ووسائل هذا النوع من التحليل وسيتعرض المؤلف فى هذا الفصل للطرق العملية البسيطة التى تتصل اتصالاً مباشراً بميادين الدراسات والبحوث النفسية والتربوية.

الخواص الاحصائية للتباين:–

(١) التباين هو متوسط مربعات الانحرافات أو هو مربع الانحراف المعيارى $ع^{٢}$.

(٢) يستخدم تحليل التباين فى قياس الفروق الفردية والفروق بين المجموعات.

وذلك لأنه كما بينا فى الخاصية السابقة أن التباين يعتمد على مدى انحراف درجات كل فرد عن متوسط درجات الأفراد، أو مدى انحراف متوسط كل جماعة عن متوسط الجماعات.

(٣) جمع التباين.

إذا أثرت عدة عوامل مختلفة على ظاهرة معينة فإن تباين هذه العوامل يساوى حاصل جمع تباين تللك العوامل. فإذا فرضنا أن العوامل المؤثرة على الظاهرة هى أربعة عوامل وكان الانحراف المعيارى لهذه العوامل هى $ع_{١}$، $ع_{٢}$، $ع_{٣}$، $ع_{٤}$،

فإن $ع^{٢}_{ن} = ع^{٢}_{١} + ع^{٢}_{٢} + ع^{٢}_{٣} + ع^{٢}_{٤}$

حيث ن = ١، ٢، ٣، ٤

وهذه الخاصية تفيد فى معرفة أن التباين يمكن حسابه بمعرفة المجموع الجبرى لمكوناته، أما الانحراف المعيارى فإنه لا يخضع لمثل هذا النوع من التحليل وسبب ذلك أن $ع_{ن}$ لاتساوى $ع_{١} + ع_{٢} + ع_{٣} + ع_{٤}$

ويمكن توضيح هذه الفكرة بالمثال العددى البسيط التالى:

إذا كانت $(١٠)^{٢} = (٦)^{٢} + (٨)^{٢}$

فإن ١٠ لا تساوى ٦ + ٨.

(٤) التباين الوزنى ومكوناته:

يسمى تباين المجموعات أو العينات بالتباين الوزنى، فقد يسمى متوسط تباينات تلك المجموعات أو متوسط متوسطات تباينات المجموعات تباينا وزنياً، ولحساب التباين الوزنى لدرجات عينتين من البنين والبنات فى أحد الاختبارات النفسية أو التربوية نطبق المعادلة التالية:

$$\text{التباين الوزنى} = \frac{ن_{١} ع^{٢}_{١} + ن_{٢} ع^{٢}_{٢}}{ن_{١} + ن_{٢}} + \frac{ن_{١} ق^{٢}_{١} + ن_{٢} ق^{٢}_{٢}}{ن_{١} + ن_{٢}}$$

ويدل الحد $\frac{ن_{١} ع^{٢}_{١} + ن_{٢} ع^{٢}_{٢}}{ن_{١} + ن_{٢}}$

على التباين داخل المجموعتين أو حاصل جمع تباين درجات كل مجموعة من تلك المجموعات بالنسبة لمتوسطها. وبذلك يمكن حساب تباين البنات بالنسبة لدرجات البنات ويمكن حساب تباين البنين بالنسبة لمتوسط درجات

البنين ويسمى هذا النوع من التباين بالتباين داخل المجموعات Within Groups ويدل الرمز ق١ على انحراف متوسط درجات المجموعة الأولى عن المتوسط الوزنى للمجموعتين أى أن

ق١ = سَ١ – م حيث سَ١ = كمتوسط المجموعة الأولى

، م هو المتوسط الوزنى للمجموعتين م = $\frac{سَ١ + سَ٢}{٢}$

ويدل الرمز ق٢ على انحراف متوسط درجات المجموعة الثانية عن المتوسط الوزنى للمجموعتين أى أن:

ق٢ = سَ٢ – م أى أن الحد = $\frac{ن١ق^{٢}١ + ن٢ق^{٢}٢}{ن١ + ن٢}$

يدل على تباين المجموعتين بالنسبة لمتوسطهما الوزنى ويسمى هذا النوع من التباين بالتباين بين المجموعات .Between Groups

(٥) النسبة الفائية والدلالة الاحصائية : (F-Ratro-Statistical Significance)

يعتمد تحليل التباين على مدى اقتراب التباين داخل المجموعات من التباين بين المجموعات أو مدى ابتعاده عنه

ف = $\frac{\text{التباين الكبير}}{\text{التباين الصغير}}$ = $\frac{ع^{٢}١}{ع^{٢}٢}$ حيث ع١ > ع٢

فإذا كانت قيمة ف غير دالة احصائيا (أى أن قيمتها تقترب من الواحد) فإنه يمكن استنتاج تجانس المجموعات. والملحق رقم (٣) يوضح دلالة قيم (ف).

طريقة تحليل التباين الآحادى One Way Analysis of Variance

١ – حساب التباين الداخلى (داخل المجموعات) ذلك بحساب المربعات داخل المجموعات.

٢ – حساب التباين الخارجي (بين المجموعات) وذلك بحساب المربعات بين المجموعات.

٣ – حساب درجات الحرية لتحويل تلك المربعات إلى التباين المقابل لها والكشف عن الدلالة الاحصائية للنسبة الفائية.

٤ – حساب النسبة الفائية والكشف عن دلالتها الاحصائية وذلك للتعرف على مدى تجانس أو اختلاف تلك المجموعات.

الشروط الأساسية لاستخدام تحليل التباين:

١ – ينبغى أن يكون التوزيع التكرارى لمجتمعات العينات هو توزيعاً معتدلاً.

٢ – ينبغى أن تكون العينات مأخوذة بطريقة عشوائية.

٣ – اختيار عناصر المقارنة لأى مجموعة يكون مستقلا عن العناصر لأى مجموعة أخرى.

٤ – تباين المجموعات الجزئية للمجتمعات المتنوعة هو نفسه لكل المجموعات الجزئية أى أن المجموعات الجزئية متجانسة التباين.

أولاً: تحليل التبَاين لمجموعتين

مثال (٩–١)

الجدول التالي يبين درجات مجموعتين أحدهما من البنين والأخرى من البنات فى أحد الاختبارات النفسية والمطلوب دلالة الفروق بين المجموعتين باستخدام تحليل التباين.

س١	٢٣	٢١	١٩	١٩	١٨
س٢	١٩	١٩	١٨	١٤	١٥

س١	س٢	س١^٢	س٢^٢
٢٣	١٩	٥٢٩	٣٦١
٢١	١٩	٤٤١	٣٦١
١٩	١٨	٣٦١	٣٢٤
١٩	١٤	٣٦١	١٩٦
١٨	١٥	٣٢٤	٢٢٥
١٠٠	٨٥	٢٠١٦	١٤٦٧

$$\bar{س}_١ = \frac{مج س_١}{ن_١} = \frac{١٠٠}{٥} = ٢٠$$

$$(مج س_١)^٢ = (١٠٠)^٢ = ١٠٠٠٠$$

$$\bar{س}_٢ = \frac{مج س_٢}{ن_٢} = \frac{٨٥}{٥} = ١٧$$

$$(مج س_٢)^٢ = ٧٢٢٥$$

(أ) مجموع المربعات داخل المجموعتين = $ن_١ ع_١^٢ + ن_٢ ع_٢^٢$

$$ع^٢ = \frac{مج ح^٢}{ن}$$

$\therefore ع_١^٢$ = متوسط مربع الدرجات – مربع متوسط الدرجات =

$$= \frac{٢٠١٦}{٥} - (٢٠)^{٢}$$

$$= ٤٠٣,٢ - ٤٠٠ = ٣,٢$$

$$\text{ن١ع}_{١}^{٢} = ٥ \times ٣,٢ = ١٦$$

$$\text{ع}_{٢}^{٢} = \frac{\text{مجـ س}_{٢}^{٢}}{\text{ن٢}} - \left(\frac{\text{مجـ س٢}}{\text{ن٢}}\right)^{٢}$$

$$= \frac{١٤٦٧}{٥} - \left(\frac{٨٥}{٥}\right)^{٢}$$

$$= \quad - (١٧)^{٢} = ٢٩٤,٤-٢٨٩ = ٤,٤$$

$$\text{ن٢ع}_{٢}^{٢} = ٢٢$$

∴مجموع المربعات داخل المجموعتين = ١٦ + ٢٢ = ٣٨

(ب) حساب مجموع المربعات بين المجموعات:

مجموع المربعات بين المجموعات = $\text{ن١ق}_{١}^{٢} + \text{ن٢ق}_{٢}^{٢}$

المتوسط الوزنى درجات المجموعتين (م) $= \dfrac{\text{ن١س}\bar{}\text{١+ن٢س}\bar{}\text{٢}}{\text{ن١ + ن٢}}$

$$= \frac{٥\times٢٠ + ٥\times١٧}{٥ + ٥} = ١٨,٥$$

ق١ = سَ١ − م = ٢٠ − ١٨,٥ = ١,٥

ق٢ = سَ٢ − م = ١٧ − ١٨,٥ = −١,٥

مجموع المربعات بين المجموعتين = $٥ \times (١,٥)^{٢} + ٥\,(-١,٥)^{٢}$

= ١١,٢٥ + ١١,٢٥ = ٢٢,٥

(جـ) درجات الحرية:

(١) درجات حرية مجموع المربعات الداخليـة:

درجات حريـة المجموعـة الأولى = ن١ - ١ = ٥ - ١ = ٤

درجات حريـة المجموعة الثانيـة = ن٢ - ١ = ٥ - ١ = ٤

دررجات الحرية لمجمـوع المربعـات الداخليـة = ٤ + ٤ = ٨

(٢) درجات حرية مجموع المربعات بيـن المجموعـات:

عدد المتوسطـات = ٢

درجـات الحريـة = ٢ - ١ = ١

(د) حساب التباين داخل المجموعات وبيـن المجموعـات:

التباين داخل المجموعـات = مجموع المربعات الداخلية / عدد درجات الحريـة

= ٣٨ / ٨ = ٤,٧٥

التباين بين المجموعـات = مجموع المربعات الخارجية / عدد درجات الحرية

= ٢٢,٥ / ١ = ٢٢,٥

(هـ) حساب النسبة الفائيـة:

ف = التباين الكبير / التباين الصغير = ٢٢,٥ / ٤,٧٥ = ٤,٧٤٦٨

(و) الدلالة الاحصائية للنسبة الفائيـة:

درجات حريـة التبايـن الكبيـر = ٢ - ١ = ١

درجات حريـة التبايـن الصغير = ٥ + ٥ -٢ = ٨

بالرجوع للجداول الاحصائية يتضح أن قيمة التباين الدال احصائياً عند مستوى الدلالة الاحصائية (٠,٠١) هى ١١,٢٦ وهى أكبر بكثير من قيمة ف فى المثال الحالى:

وتستخدم الجداول الفائية F - Tables هى عبارة عن جداول لحساب نسبة التباين بدرجات الحرية بين المجموعات وداخل المجموعات عند مستويات الدلالة الاحصائية ٠,٠١، ٠,٠٥ (معنى مستوى الدلالة ٠,٠٥ أى نسبة الشك ٥٪ ونسبة ٩٥٪) ومستوى الدلالة ٠,٠١ يعنى أن نسبة الشك هى ٩٩٪) وفى هذا النوع من الجداول تكون درجات الحرية الأفقية خاصة بدرجات الحرية بين المجموعات ودرجات الحرية الرأسية خاصة الحرية داخل بدرجات المجموعات.

وفى هذا المثال نجد أن قيمة ف لدرجات حرية (١) بين المجموعات، درجات حرية (٨) داخل المجموعات عند مستوى الدلالة ٠,٠٥ تساوى ٥,٣٢ وعند مستوى ٠,٠١ = ١١,٢٦ وبما أن قيمة ف المحسوبة فى هذا المثال أقل من هاتين الدرجتين فإن النتيجة توضح أن الفرق بين المجموعتين راجع للصدفة فقط.

اذن هذه النسبة لاتختلف فى جوهرها عن الصفر وقيمتها ترجع إلى الصدفة وعليه فإنه لاتوجد فروق جوهرية بين المجموعتين.

جدول (٩-١):

ملخص نتائج تحليل التباين

مصدر التباين	درجات الحرية	مجموع المربعات	التباين	ف	مستوى الدلالة
داخل المجموعات	٨	٣٨	٤,٥		
بين المجموعات	١	٢٢,٥	٢٢,٥	٤,٧	—
المجموع	٩	٦٠,٥			

مثال (٩-٢):

أوجد دلالة الفروق بين المجموعتين س١، س٢ الموضحتين بالجدول التالى وذلك باستخدام طريقة تحليل التباين:

$س_١$	٥	٧	٨	٦	٤	٦
$س_٢$	٧	٧	٥	٦	٨	٩

$$\bar{س}_١ = \frac{٣٦}{٦} = ٦$$

$$\bar{س}_٢ = \frac{٤٢}{٦} = ٧$$

الحـــــل

$س_١$	$س_٢$	$س_١^٢$	$س_٢^٢$
٥	٧	٢٥	٤٩
٧	٧	٤٩	٤٩
٨	٥	٦٤	٢٥
٦	٦	٣٦	٣٦
٤	٨	١٦	٦٤
٦	٩	٣٦	٨١
٣٦	٤٢	٢٢٦	٣٠٤

(أ)حساب مجموع المربعات داخل المجموعتين:-

$$ع_{١}^{٢} = \frac{مجـ س_{١}^{٢}}{ن_{١}} - \left(\frac{مجـ س_{١}}{ن_{١}}\right)^{٢}$$

$$= \frac{٢٢٦}{٦} - \left(\frac{٣٦}{٦}\right)^{٢}$$

$$= \frac{٢٢٦}{٦} - ٣٦$$

$$= \frac{٢٢٦-٢١٦}{٦} = \frac{١٠}{٦}$$

$$ع_{٢}^{٢} = \frac{٣٠٤}{٦} - (٧)^{٢} = \frac{٣٠٤}{٦} - ٤٩$$

$$= \frac{٣٠٤-٢٩٤}{٦} = \frac{١٠}{٦}$$

∴مجموع المربعات داخل المجموعتين = $ن_{١}ع_{١}^{٢} + ن_{٢}ع_{٢}^{٢}$

$$= ٦ \times \frac{١٠}{٦} + ٦ \times \frac{١٠}{٦} = ٢٠$$

(ب) حساب مجموع المربعات بين المجموعتين:

المتوسط الوزنى لدرجات المجموعتين (م) = $\frac{ن_{١}\bar{س}_{١}+ن_{٢}\bar{س}_{٢}}{ن_{١} + ن_{٢}}$

$$= \frac{٦\times٦+٦\times٧}{٦+٦}$$

$$= \frac{٣٦+٤٢}{١٢} = \frac{٧٨}{١٢} = ٦,٥$$

$ق_{١} = \bar{س}_{١} - م = ٦ - ٦,٥ = - ٠,٥$

$ق_{٢} = \bar{س}_{٢} - م = ٧ - ٦,٥ = + ٠,٥$

∴ مجموع المربعات بين المجموعات = ن١ق^{٢}١ + ن٢ق^{٢}٢

= ٦ × (٠,٥٠)^{٢} + ٦ × (٠,٥)^{٢}

= ٦ × ٠,٢٥ + ٦ × ٠,٢٥ = ٣

(جـ) حساب درجات الحرية:

١ – درجات الحرية داخل المجموعات = ٦ + ٦ – ٢ = ١٠

٢ – درجات الحرية بين المجموعات = ٢ – ١ = ١

(د) حساب التباين:

١– التباين داخل المجموعات = مجموع المربعات داخل المجموعات / درجات الحرية

٢– التباين بين المجموعات = ٣ / ١ = ٣

(هـ) النسبة الفائية ف = التباين الكبير / التباين الصغير = ٣ / ٢ = ١,٥

جدول (٩–٢) : تلخيص نتائج تحليل التباين

مصدر التباين	درجات الحرية	التباين	ف
التباين داخل المجموعات	١٠	٢	
التباين بين المجموعات	١	٢	١,٥
المجموع	١١		

ثانياً: تحليل التبَاين لثلاث مجموعَات أو أكثر

اتضح لنا فى الأمثلة السابقة طريقة تحليل التباين لمجموعتين وسنحاول فى الأمثلة التالية أن نوضح صلاحية طريقة تحليل التباين لثلاث مجموعات أو أكثر.

مثال (٩-٣):

إحسب النسبة الفائية للفروق بين المجموعات الموضحة فى الجدول التالى:

$س_1$	٣	٥	١٠
$س_2$	٤	١٠	
$س_3$	٢	٨	

الحـــــل

$س_1$	$س_2$	$س_3$	$س_1^2$	$س_2^2$	$س_3^2$
٣	٤	٢	٩	١٦	٤
٥	١٠	٨	٢٥	١٠٠	٦٤
١٠			١٠٠		
١٨	١٤	١٠	١٣٤	١١٦	٦٨

$$\bar{س}_1 = \frac{١٨}{٣} = ٦$$

$$\bar{س}_2 = \frac{١٤}{٢} = ٧$$

$$\bar{س}_3 = \frac{١٠}{٢} = ٥$$

$$ع_1^2 = \frac{مجـ س_1^2}{ن_1} - \left(\frac{مجـ س_1}{ن_1}\right)^2$$

$$= \frac{١٣٤}{٣} - (٦)^2 = ٤٤,٦٦ - ٣٦ = ٨,٦٦$$

$$ع_2^2 = \frac{(مجـ س_2^2)}{ن_2} - \left(\frac{(مجـ س_2)}{ن_2}\right)^2 = \frac{١١٦}{٢} - (٧)^2$$

$ع^2_3 = \frac{مجـ س^2_3}{ن_3} - \left(\frac{مجـ س_3}{ن_3}\right)^2 = \frac{68}{2} - (5)^2$

$= 34 - 25 = 9$

(أ) حساب مجموع المربعات داخل المجموعات =

$ن_1 ع^2_1 + ن_2 ع^2_2 + ن_3 ع^2_3$

$= 3 \times 8,66 + 2 \times 9 + 2 \times 9$

$= 26 + 18 + 18 = 62$

(ب) حساب مجموع المربعات بين المجموعات:

$م = \frac{ن_1 \bar{س}_1 + ن_2 \bar{س}_2 + ن_3 \bar{س}_3}{ن_1 + ن_2 + ن_3} = \frac{3\times6 + 2\times7 + 2\times5}{3+2+2}$

$= \frac{18+14+10}{7} = \frac{42}{7} = 6$

مجموع المربعات بين المجموعات = $ن_1 ق^2_1 + ن_2 ق^2_2 + ن_3 ق^2_3$

$\because ق^2 = (\bar{س} - م)^2$

$\therefore$ مجموع المربعات بين المجموعات =

$3(6-6)^2 + 2(7-6)^2 + 2(5-6)^2 = 0 + 2 + 2 = 4$

(جـ) حساب درجات الحرية:

1 – داخل المجموعات =

$ن_1 + ن_2 + ن_3 - 3 = 3 + 2 + 2 - 3 = 4$

2 – بين المجموعات = $3 - 1 = 2$

(د) حساب التباين:

١- التباين داخل المجموعات = $\frac{\text{مجموع المربعات داخل المجموعات}}{\text{عدد درجات الحرية}}$

$= \frac{٦٢}{٤} = ١٥,٥$

٢- التباين بين المجموعات = $\frac{\text{مجموع المربعات داخل المجموعات}}{\text{عدد درجات الحرية}}$

$= \frac{٤}{٢} = ٢$

(هـ) حساب النسبة الفائية:

$ف = \frac{١٥,٥}{٢} = ٧,٧٥$

جدول (٩-٣)

تلخيص نتائج تحليل التباين

مصدر التباين	درجات الحرية	مجموع المربعات	التباين	ف
داخل المجموعات	٤	٦٢	١٥,٥	٧,٧٥
بين المجموعات	٢	٤	٢	
المجموع	٦	٦٦		

مثال (٩-٤):

أوجد الفروق بين المجموعات الثلاثة التالية بطريقة تحليل التباين:

س١	٣	٢	٥	٤	١
س٢	٢	٣	٢	١	٢
س٣	٤	٣	٢		

الحل

$س_1$	$س_2$	$س_3$	$س_1^2$	$س_2^2$	$س_3^2$
٣	٢	٤	٩	٤	١٦
٢	٣	٣	٤	٩	٩
٥	٢	٢	٢٥	٤	٤
٤	١		١٦	١	
١	٢		١	٤	
١٥	١٠	٩	٥٥	٢٢	٢٩

$\bar{س}_1 = ٣ ،\ \bar{س}_2 = ٢ ،\ \bar{س}_3 = ٣$

(أ) حساب مجموع المربعات داخل المجموعات:

$$ع^2 = \frac{\text{مجـ}\,س^2}{ن} - \left(\frac{\text{مجـ}\,س}{ن}\right)^2$$

$$ع_1^2 = \frac{٥٥}{٥} - (٣)^2 = ١١ - ٩ = ٢$$

$$ع_2^2 = \frac{٢٢}{٥} - (٢)^2 = ٤,٤ - ٤ = ٠,٤$$

$$ع_3^2 = \frac{٢٩}{٣} - (٣)^2 = \frac{٢٩ - ٢٧}{٣} = \frac{٢}{٣}$$

مجموع المربعات داخل المجموعات

$$= ن_1 ع_1^2 + ن_2 ع_2^2 + ن_3 ع_3^2$$

$$= ٥ \times ٢ + ٥ \times \left(\frac{٤}{١٠}\right) + ٣ \times \left(\frac{٢}{٣}\right)$$

$$= ١٠ + \frac{٢٠}{١٠} + \frac{٦}{٣} = ١٤$$

(ب) حساب مجموع المربعات بين المجموعات:

$$\text{م} = \frac{\text{ن١ سَ١ + ن٢ سَ٢ + ن٣ سَ٣}}{\text{ن١ + ن٢ + ن٣}}$$

$$= \frac{\text{٥ × ٣ + ٥ × ٢ + ٣ × ٣}}{\text{٥ + ٥ + ٣}} = \frac{\text{٣٤}}{\text{١٣}} = \text{٢,٦٢}$$

مجموع المربعات بين المجموعات =

$$= \text{ن١ ق}^{\text{٢}}\text{١ + ن٢ ق}^{\text{٢}}\text{٢ + ن٣ ق}^{\text{٢}}\text{٣} =$$

$$\text{٥(٣ − ٢,٦٢)}^{\text{٢}} + \text{٥(٢ − ٢,٦٢)}^{\text{٢}} + \text{٣(٣ − ٢,٦٢)}^{\text{٢}}$$

$$= \text{٥(٠,٣٨)}^{\text{٢}} + \text{٥(−٠,٦٢)}^{\text{٢}} + \text{٣(٠,٣٨)}^{\text{٢}}$$

$$= \text{٠,٧٢ + ١,٩٢ + ٠,٤٣ = ٣,٠٧}$$

(جـ) حساب درجات الحرية:

١ – درجات الحرية داخل المجموعات =

ن١ + ن٢ + ن٣ − ٣ = ٥ + ٥ + ٣ −٣ = ١٠

٢ – درجات الحرية بين المجموعات = ٣ − ١ = ٢

(د) حساب التباين:

$$\text{أ – التباين داخل المجموعات} = \frac{\text{١٤}}{\text{١٠}} = \text{١,٤}$$

$$\text{ب = التباين بين المجموعات} = \frac{\text{٣,٠٧}}{\text{٢}} = \text{١,٥٣٥}$$

(هـ) حساب النسبة الفائية

$$\text{ف} = \frac{\text{ع}^{\text{٢}}\text{١}}{\text{ع}^{\text{٢}}\text{٢}} = \frac{\text{١,٥٤}}{\text{١,٤}} = \text{١,١}$$

جدول (٩-٤)

تلخيص نتائج تحليل التباين

مصدر التباين	درجات الحرية	مجموع المربعات	التباين	ف
داخل المجموعات	١٠	١٤	١,٤	
بين المجموعات	٢	٣,٠٧	١,٥٤	١,١
المجموع	١٢	١٧٠٧		

مثال (٩-٥)

أوجد النسبة الفائية للفروق بين المجموعات الثلاثة التالية باستخدام تحليل التباين:

س	٧	٨	٥	١٠	٦	٤	٩
ص	٦	٤	١٠	٥	٩	٦	٢
ع	٥	٨	٢	٩			

الحـــــل

س	ص	ع	$س^2$	$ص^2$	$ع^2$
٧	٦	٥	٤٩	٣٦	٢٥
٨	٤	٨	٦٤	١٦	٦٤
٥	١٠	٢	٢٥	١٠٠	٤
١٠	٥	٩	١٠٠	٢٥	٨١
٦	٩		٣٦	٨١	
٤	٦		١٦	٣٦	
٩	٢		٨١	٤	
٤٩	٤٢	٢٤	٣٧١	٢٩٨	١٧٤

سَ = ٧/٤٩ = ٧

صَ = ٧/٤٢ = ٦

عَ = ٤/٢٤ = ٦

(أ)حساب مجموع المربعات داخل المجموعات:

$$= (\text{ن}_١\text{ع}^٢_١ + \text{ن}_٢\text{ع}^٢_٢ + \text{ن}_٣\text{ع}^٢_٣)$$

$$\text{ع}^٢_\text{س} = \frac{٣٧١}{٧} - (٧)^٢ \quad = ٥٣ - ٤٩ = ٤$$

$$\text{ع}^٢_\text{ص} = \frac{٢٩٨}{٧} - (٦)^٢ \quad = ٤٢,٦ - ٣٦ = ٦,٦$$

$$\text{ع}^٢_\text{ع} = \frac{١٧٤}{٤} - (٦)^٢ \quad = ٤٣,٥ - ٣٦ = ٧,٥$$

$$\text{مجموع المربعات داخل المجموعات} = ٧ \times ١٦ + ٧\left(\frac{٢٩٨}{٧} - ٣٦\right) + ٤(٧,٥)^٢$$

$$= ١١٢ + \left(\frac{٢٩٨ - ٢٥٢}{٧}\right) + \left(\frac{٢٢٥ \times ٤}{٤}\right)$$

$$= ١١٢ + ٤٦ + ٢٢٥ = ٣٨٣$$

(ب) حساب مجموع المربعات بين المجموعات:

$$= (\text{ن}_١\text{ق}^٢_١ + \text{ن}_٢\text{ق}^٢_٢ + \text{ن}_٣\text{ق}^٢_٣):$$

$$\text{م} = \frac{\text{ن}_١\bar{\text{س}} + \text{ن}_٢\bar{\text{ص}} + \text{ن}_٣\bar{\text{ع}}}{\text{ن}_١ + \text{ن}_٢ + \text{ن}_٣} = \frac{٤٩ + ٤٢ + ٢٤}{٧ + ٧ + ٤}$$

$$= \frac{١١٥}{١٨} = ٦,٤$$

$$\text{ق} = \bar{\text{س}} - \text{م}$$

$$\text{ق}_١ = ٧ - ٦,٤ = ٠,٦$$

$$\text{ق}_٢ = ٦ - ٦,٤ = -٠,٤$$

$$\text{ق}_٣ = ٦ - ٦,٤ = -٠,٤$$

مجموع المربعات بين المجموعات =

$٧(٠,٦)^٢ + ٧(-٠,٤)^٢ = ٤(-٠,٤)^٢$

= ٧ × ٠,٣٦ + ٧ × ٠,١٦

= ٤ × ٠,١٦= ٢,٥٢ + ١,١٢ + ٠,٦٤ = ٤,٢٨

(جـ) حساب درجات الحرية:

١ - داخل المجموعات =

ن١ + ن٢ + ن٣ -٣ = ٧ + ٧ + ٤ - ٣ = ١٥

٢ - بين المجموعات = ٣ - ١ = ٢

(د) حساب التباين:

١ - داخل المجموعات = $\frac{٣٨٣}{١٥}$ = ١٨,٨٧

٢ - بين المجموعات = $\frac{٤,٢٨}{٢}$ = ٢,١٤

(هـ) حساب النسبة الفائية :

النسبة الفائية = $\frac{\text{التباين الكبير}}{\text{التباين الصغير}}$

ف = $\frac{١٨,٨٧}{٢,١٤}$ = ٨,٨

جدول (٩-٥) تلخيص نتائج تحليل التباين

مصدر التباين	درجات الحرية	مجموع المربعات	التباين	ف
بين المجموعات	٢	٤,٢٨	٢,١٤	
داخل المجموعات	١٥	٣٨٣	١٨,٨٧	٨,٨
المجموع	١٧	٣٧٨,٢٨		

مثال (٩-٦)

أوجد النسبة الفائية للفروق بين المجموعات الأربعة التالية بطريقة تحليل التباين:

س١	٢	٣	٤	١	٥
س٢	٢	٣	١		
س٣	٣	١			
س٤	٢	٢			

الحـــل

س١	س٢	س٣	س٤	س١^٢	س٢^٢	س٣^٢	س٤^٢
٢	٢	٣	٢	٤	٤	٩	٤
٣	٣	١	٢	٩	٩	١	٤
٤	١			١٦	١		
١				١			
٥				٢٥			
١٥	٦	-٤	٤	٥٥	١٤	١٠	٨
س̄١=٣	س̄٢=٢	س̄٣=٢	س̄٤ =٢				

(أ) حساب مجموع المربعات (داخل المجموعات)

$$ع_{١}^{٢} = \frac{٥٥}{٥} - (٣)^{٢} = ١١ - ٩ = ٢$$

$$ع_{٢}^{٢} = \frac{١٤}{٣} - (٢)^{٢} = \frac{٢}{٣}$$

$$ع_{٣}^{٢} = \frac{١٠}{٢} - (٢)^{٢} = ١$$

$$ع_{٤}^{٢} = \frac{٨}{٢} - (٢)^{٢} = \text{صفر}$$

مجموع المربعات داخل المجموعات

$$= ن_{١}ع_{١}^{٢} + ن_{٢}ع_{٢}^{٢} + ن_{٣}ع_{٣}^{٢} + ن_{٤}ع_{٤}^{٢}$$

$$= ٥ \times ٢ + ٣ \times \frac{٢}{٣} + ٢ \times ١ + ٢ \times ٠$$

$$= ١٠ + ٢ + ٢ = ١٤$$

(ب) حساب مجموع المربعات بين المجموعات

$$(ن_{١}ق_{١}^{٢} + ن_{٢}ق_{٢}^{٢} + ن_{٣}ق_{٣}^{٢} + ن_{٤}ق_{٤}^{٢})$$

$$م = \frac{ن_{١}سَ_{١} + ن_{٢}سَ_{٢} + ن_{٣}سَ_{٣} + ن_{٤}سَ_{٤}}{ن_{١} + ن_{٢} + ن_{٣} + ن_{٤}}$$

$$= \frac{م \times ٣ + ٣ \times ٢ + ٢ \times ٢ + ٢ \times ٢}{٣ + ٢ + ٢ + ٢}$$

$$= \frac{١٥ + ٦ + ٤ + ٤}{٩} = \frac{٢٩}{٩} = ٣,٢٢$$

$$ق_{١} = ٣ - ٣,٢٢ = ٠,٧٨$$

$$ق_{٢} = ٢ - ٣,٢٢ = -١,٢٢$$

$$ق_{٣} = ٢ - ٣,٢٢ = -١,٢٢$$

ق٤ = ٢ − ٣,٢٢ = − ١,٢٢

مجموع المربعات بين المجموعات =

٥×(٠,٧٨)^2 + ٣(−١,٢٢)^2 + ٢(−١,٢٢)^2 + ٢(−١,٢٢)^2

= ٥ × ٠,٦٠٨٤ + ٣ × ١,٤٩ + ٢ × ١,٤٩ + ٢ × ١,٤٩

= ٣,٠٤٢ + ٤,٤٧ + ٢,٩٨ + ٢,٩٨ = ١٣,٤٧

(جـ) درجات الحرية:

١ − داخـل المجموعـات = ن١ + ن٢ + ن٣ + ن٤ − ٤

+ ٣ + ٢ + ٢ − ٤ = ٨

٢ − بيـن المجموعـات = ٤ − ١ = ٣

(د) حساب التباين:

١ − داخل المجموعات = $\frac{١٤٠}{٨}$ = ١,٧٥

٢ − بين المجموعات = $\frac{١٣,٤٧}{٣}$ = ٤,٤٩

(هـ)حساب النسبة الفائية:-

(ف = $\frac{\text{التباين الكبير}}{\text{التباين الصغير}}$)

ف = $\frac{٤,٣٩}{١,٧٥}$ = ٢,٥٧

جدول (٦-٩) تلخيص نتائج تحليل التباين

مصدر التباين	درجات الحرية	مجموع المربعات	التباين	ف
داخل المجموعات	٨	١٤٠	١,٧٥	
بين المجموعات	٣	٣١٤,٢٣	١٠٤,٧٤	٥٩,٨٥
المجموع	١١			

مثال (٦-٨)

أوجد النسبة الفائية للفروق بين المجموعات التالية باستخدام تحليل التباين:

س١	١	٧		
س٢	٢	٣	١	
س٣	٦	٧	٢	
س٤	٢	٢		
س٥	٢	٣	٤	٣

الحـــل

س١	س٢	س٣	س٤	س٥	س٢	س٢	س٣	س٤	س٥
١	٢	٦	٢	٢	١	٤	٣٦	٤	٤
٧	٣	٧	٢	٣	٤٩	٩	٤٩	٤	٩
	١	٢		٤		١	٤		١٦
				٣					٩
٨ سَ١=٤	٦ سَ٢=٢	١٥ سَ٣=٥	٤ سَ٤=٢	١٢ سَ٥=٣	٥٠	١٤	٨٩	٨	٣٨

(أ) **حساب مجموع المربعات (داخل المجموعات)**

ع^٢ = ٥٠/٢ − (٨/٢)^٢ = ٢٥ − ١٦ = ٩

ع^٢ = ١٤/٣ − (٦/٣)^٢ = ٤,٦٧ − ٤ = ٠,٦٧

ع٣ = ٨٩/٣ − (١٥/٣)^٢ = ٢٩,٦٧ − ٢٥ = ٤,٦٧

ع٤ = ٨/٢ − (٤/٢)^٢ = ٠

ع٥ = ٣٨/٤ − (١٤/٤)^٢ = ٩,٥ − ٩ = ٠,٥

مجموع المربعات داخل المجموعات =

ن١ع١ + ن٢ع^٢ + ن٣ع٣ + ن٤ع٤ + ن٢ع٥

= ٢ × ٩ + ٣ × ٠,٦٧ + ٣ × ٠,٦٧ + ٢ × ٠ + ٤ × ٠,٥ =

١٨ + ١ + ١٤ + ٠ + ٢ = ٣٥

(ب) **حساب مجموع المربعات بين المجموعات:**

مجموع المربعات بين المجموعات =

ن١ق^٢ ١ + ن٢ق^٢ ٢ + ن٣ق^٢ ٣ + ن٤ق^٢ ٤ + ن٥ق^٢ ٥

م = (ن١سَ١ + ن٢سَ٢ + ن٣سَ٣ + ن٤سَ٤ + ن٥سَ٥) / (ن١ + ن٢ + ن٣ + ن٤ + ن٥)

= (٨ + ٦ + ١٥ + ٤ + ١٢) / (٢ + ٣ + ٣ + ٢ + ٤)

= ٤٥/١٤ = ٣ ٣/١٤

$$\text{ق}_{١} = ٤ - ٣\frac{٣}{١٤} = \frac{٥٦ - ٤٥}{١٤} = \frac{١١}{١٤}$$

$$\text{ق}_{٢} = ٢ - \frac{٤٥}{١٤} = \frac{٢٨ - ٤٥}{١٤} = \frac{- ١٧}{١٤}$$

$$\text{ق}_{٣} = ٥ - \frac{٤٥}{١٤} = \frac{٧٠ - ٤٥}{١٤} = \frac{٢٥}{١٤}$$

$$\text{ق}_{٤} = ٢ - \frac{٤٥}{١٤} = \frac{- ١٧}{١٤}$$

$$\text{ق}_{٥} = ٣ - \frac{٤٥}{١٤} = \frac{٤٢ - ٤٥}{١٤} = \frac{- ٣}{١٤}$$

مجموعات المربعات بين المجموعات= $٢\left(\frac{١١}{١٤}\right)^{٢} + ٣\left(\frac{-١٧}{١٤}\right)^{٢} + ٣\left(\frac{٢٥}{١٤}\right)^{٢}$

$$+ ٢\left(\frac{-١٧}{١٤}\right)^{٢} + ٤\left(\frac{-٣}{١٤}\right)^{٢}$$

مجموع المربعات بين المجموعات= $\frac{٢٤٢}{١٩٦} + \frac{٨٦٧}{١٩٦} + \frac{١٨٧٥}{١٩٦}$

$$+ \quad \frac{٥٧٨}{١٩٦} + \frac{٣٦}{١٩٦} + \frac{٣٥٩٨}{١٩٦}$$

$$= \quad ١٨,٤$$

(جـ) درجات الحرية:

(١) داخـل المجموعــات = $\text{ن}_{١} + \text{ن}_{٢} + \text{ن}_{٣} + \text{ن}_{٤} + \text{ن}_{٥} - ٥$

$= ٨ + ٦ + ١٥ + ٤ + ١٢ - ٥ = ٤٠$

(٢) بيـن المجموعات = ٥ − ١ = ٤

(د) حساب التباين:

(١) داخل المجموعات= $\frac{٣٥}{٤٠}$ = ٠,٨٧٥

(٢) بين المجموعات = $\frac{١٨,٤}{٤}$ = ٤,٦

(هـ) حساب النسبة الفائية:

$\frac{٤,٦}{٠,٨٧٥}$ = ٥,٢٥

جدول (٩-٧) ملخص نتائج تحليل التباين

مصدر التباين	درجات الحرية	مجموع المربعات	التباين	ف
داخل المجموعات	٤٠	٣٥	٠,٨٧٥	٥,٢٥
بين المجموعات	٤	١٨,٤	٤,٦٠	
المجموع	٤٤			

تحليل التباين الثنائى
Two Way Analysis Of Variance

فى كثير من البحوث والدراسات النفسية التى تحاول أختيار أثر عاملين مستقلين على متغير تابع، كأن ترغب الدراسة فى التعرف على أثر دافعية الانجاز والجنس (ذكور أو اناث) على التحصيل الدراسى لطلاب الصف الأول الثانوى بالإسكندرية، فإن تحليل التباين الثنائى الذى هو يوضح أثر تفاعل دافعية الانجاز والجنس. ولحساب تحليل التباين نتبع الخطوات التالية:

(١) نظم البيانات فى جدول ر×حـ حيث أن ر هى الصفوف وتمثل الطرق المختلفة من نفس النوع، حـ هى الأعمدة وتمثل الطرق المختلفة من نوع آخر.

كل خلية فى الجدول ينبغى أن تحتوى على نفس العدد (ن) من الملاحظات وعدد الخلايا هو ن = رحـن.

(٢) ربع كل صف ثم أجمع كل الأفراد من كل الخلايا لتحسب أ، أ = مجـ مربعات جميع الدرجات فى كل الخلايا.

(٣) اجمع الدرجات الخام فى كل خلية ثم اجمع كل الخلايا.

(٤) اجمع القيمة الناتجة من الخطوة ٣ والمجموع الكلى للدرجات وهذا يسمى ب

$$\therefore \text{مجموع المربعات الكلى} = \text{أ} - \frac{\text{ب}^{٢}}{\text{ن}}$$

(٥) خذ قيم رحـ المختلفة فى الخطوة ٣ ثم أجمع مجاميع الخلايا لكل صف (دك).

(٦) بعد استكمال الخطوة (٥) بالنسبة لكل صف، ربع كل قيم دك ثم اجمع الناتج مجـ ر^{٢}ك.

إقسم مجموع المربعات مجـد^{٢}ك على حـن

$$\frac{\text{مجـد}^{٢}}{\text{حـن}} - \frac{\text{ب}^{٢}}{\text{ن}}$$

تساوى مجموع المربعات للصفوف.

(٧) والآن ترجع للمقادير التى تم حسابها من الخطوة (٣) فى هذه المرة يتم حساب المجموع لكل عمود.

(٨) بعد حساب مجموع كل عمود، ربّع مجموع كل عمود واقسم الناتج على ر ن.

ثم إحسب $$\frac{\text{مجموع مربعات الأعمدة}}{\text{رن}} - \frac{\text{ب}^{٢}}{\text{ن}}$$

وهذا يسمى مجموع مربعات الأعمدة

(٩) مرة أخرى إرجع إلى مجاميع الخلايا التى حسبت فى الخطوة ٣ وربع مجموع عناصر كل خلية لتحصل على المجموع الكلى هـ ربع هـ لكل خلية واجمع الناتج لكل الخلايا.

$$\therefore \text{أ} - \frac{\text{مجـهـ}^{٢}}{\text{ن}} = \text{مجموع المربعات للخطأ}$$

(١٠) أوجد مجموع المربعات للتفاعل عن طريق

المجموع الكلى - مجموع الصفوف - مجموع الأعمدة - مجموع الخطأ.

(١١) ادخل هذه المجاميع فى جدول الملخص.

(١٢) اقسم مجموع الصفوف على ر - ١ لتحصل على تباين الصفوف.

(١٣) اقسم مجموع الأعمدة على رحـ - ١ لتحصل على تباين الأعمدة.

(١٤) إقسم مجموع التفاعلات على (ر - ١) (حـ - ١) لتحصل على تباين التفاعل.

(١٥) إقسم مجموع مربعات الأخطاء على ر ح (ن - ١) لتحصل على تباين الخطأ.

(١٦) ف = $\frac{\text{تباين الصفوف}}{\text{تباين الخطأ}}$

بدرجات حرية ر - ١ أو أ ر حـ (ن - ١)

(١٨) فرض عدم وجود تفاعل يختبر بواسطة.

ف = $\frac{\text{تباين التفاعل}}{\text{تباين الخطأ}}$

بدرجات حرية (ر-١) (و حـ - ١)، ر حـ (ن - ١).

وفيما يلي توضيح لأهم الرموز المستخدمة في التحليل:

س هي الدرجات بصفة عامة.

،س١ هي الدرجات في العمود

،س٢ هي الدرجات في الصفوف

،سَ١ هي متوسط الدرجات في الصف

،سَ٢ هي متوسط الدرجات في الصف.

،سَ هي المتوسط الكلي للدرجات.

$ع^٢$١ = تباين العمود.

،$ع^٢$٢ = التباين داخل الخلايا.

،$ع^٢$٣ = التباين بين متوسطات الصفوف.

،$ع^٢$٤ = تباين التفاعل، التباين بين متوسطات الخلايا المختلفة.

$$(1)\quad ف_{أعمدة} = \frac{ع_1^2}{ع_2^2}$$

- حيث $ع_1^2$ هو تباين الأعمدة (وينتج من الفروق بين متوسطات الأعمدة).
، $ع_2^2$ هو التباين داخل الخلايا (وينتج من التباين بين الدرجات فى داخل كل خلية).

$$(2)\quad ف_{صفوف} = \frac{ع_3^2}{ع_2^2}$$

حيث $ع_3^2$ هى تباين الصفوف (وينتج من الفروق بين متوسطات الصفوف).

$$(1)\quad ف_{عمود \times صف} = \frac{ع_4^2}{ع_2^2}$$

حيث $ع_4^2$ تباين التفاعل (وينتج من التباين بين متوسطات الخلايا المختلفة).

درجات الحرية

ب (١) درجات حرية الأعمدة = عدد الأعمدة −١

أ (٢) درجات حرية الصفوف = عدد الصفوف −١

أ × ب (٣) درجات حرية الأعمدة×الصفوف = (عدد الأعمدة −)(عدد الصفوف −١)

(٤) درجات الحرية بين الخلايا = مجـ (عدد كل خلية − ١)

(٥) درجات الحرية الكلية = عدد الأعمدة × عدد الصفوف × عدد العناصر فى الخلية − ١.

(٦) ملخص البيانات فى جدول يتخذ الشكل التالى.

جدول توضيحي يبين تلخيص نتائج تحليل التباين الثنائي

المصدر	د.ج	مجموع المربعات	التباين	ف	مستوى الدلالة
الأعمدة					
الصفوف					
الأعمدة×الصفوف					
داحل الخلايا					
المجموع					

مثال توضيحي

افترض أن الدرجات المبينة فى الأمثلة السابقة ليست مأخوذة من ٣ عينات مستقلة من الطلبة، وأن فئات الطلاب الثلاثة ثم تصنيفها على أساس اختبار قبلي. وافترض أن البيانات التالية هي درجات كل مجموعة مكونة من ٦ طلاب تم اختيارهم عشوائيا وأن كل مجموعة تمثل طريقة تدريس مختلفة.

والجدول التالى يوضح هذه البيانات:

طرق التدريس

مسلسل	المجموعة الأولى	المجموعة الثانية	المجموعة الثالثة	المجموع
١	١٠	٨	٦	٢٤
٢	٩	٦	٧	٢٢
٣	٩	٨	٤	٢١
٤	٨	٦	٣	١٧
٥	٧	٣	١	١١
٦	٥	٥	٣	١٣
المجموع	٤٨	٣٦	٢٤	١٠٨

(١) نوجد مجموع المربعات بين المجموعتين (الأعمدة) وذلك كما سبق فى الحالة الأولى.

أى مجموع المربعات بين المجموعتين = $\frac{(٢٨)^{٢}}{٦} + \frac{(٣٦)^{٢}}{٦}$

$+ \frac{(٢٤)^{٢}}{٦} - \frac{(١٠٨)^{٢}}{١٨}$

= ٦٩٦ − ٦٤٨ = ٤٨

(٢) نوجد مجموع مربعات الصفوف (الثلاثيات)

أى = $\frac{(٢٤)^{٢}}{٣} + \frac{(٢٢)^{٢}}{٣} + \frac{(٢١)^{٢}}{٣} + \frac{(١٧)^{٢}}{٣} + \frac{(١١)^{٢}}{٣}$

$+ \frac{(١٣)^{٢}}{٣} - \frac{(١٠٨)^{٢}}{١٨}$ = ٦٩٣,٣٣ − ٦٤٨ = ٤٥,٣٣

(٣) المجموع الكلى للمربعات.

= $(١٠)^{٢} + (٩)^{٢} + ... + (٣)^{٢} - \frac{(١٠٨)^{٢}}{١٨}$

(مجموع ١٨ مفردة)

= ٧٥٤ − ٦٤٨ = ١٠٦

(٤) نحسب خطأ مجموع المربعات (البواقى)

وهى عبارة عن المجموع الكلى للمربعات مطروحاً منه مجموع المربعات بين المجموعات ومجموع مربعات الثلاثيات.

خطأ مجموع المربعات = ١٠٦ − ٤٨ − ٤٥,٣٣ = ١٢,٦٧

(٥) نحسب درجات الحرية

درجات الحرية الخاصة بالتباين بين المجموعات (الطرق)

درجات الحرية الخاصة بالتباين بين المجموعات = ٣ − ١ = ٢

درجات الحرية الخاصة بالتباين بين الثلاثيات = ٦ − ١ = ٥

درجات الحرية الخاصة بكل المفردات = ١٨ - ١ = ١٧

∴ درجات الحرية الخاصة بالخطأ = ١٧ - ٢ - ٥ = ١٠

ويمكن تلخيص النتائج السابقة بالجدول الآتى:

مصدر التباين	مجموع المربعات	درجة الحرية	التباين	النسبة الفائية ف
بين الطرق	٤٨	٢	٢٤	
بين الثلاثيات	٤٥,٣٣	٥		١٧,٣٧
الخطأ	١٢,٦٧	١٠	١,٢٦٧	
المجموع	١٠٦	١٧		

(٦) الدلالة الاحصائية الفائية:

$$\text{حيث أن ف} = \frac{٢٤}{١,٢٦٧} = ١٧,٣٧$$

وبالبحث فى الجداول عن قيمة ف لدرجة حرية (٢) بين الطرق ودرجة حرية (١٠) عند مستوى ٠,٠٥ كانت ف = ٤,١٠ وعند مستوى ٠,٠١ كانت ف = ٧,٥٦.

وحيث أن قيمة ف فى مثالنا هذا = ١٧,٣٧

من هنا نجد أن النسبة الفائية المحسوبة وهى ١٧,٣٧ تزيد عن قيمة ف الجدولية عند مستوى ٠,٠١.

∴ ف دالة احصائيا عند مستوى ٠,٠١.

طبيعة خطأ التباين: The Nature of Error Variance

إن طبيعة خطأ مجموع المربعات وبالتالى الخطأ فى تقدير التباين يمكن أن يحسب بوضوح من المبادىء الأولية. ولهذا الغرض سنقوم بتحليل البيانات الأصلية مرة الأخرى.

والبيانات الأصلية ومتوسط درجات الثلاثيات نوضحها فى الجدول التالى

الثلاثيات	مجموع I	مجموع II	مجموع III	متوسط الثلاثيات
١	١٠	٨	٦	٨,٠٠
٢	٩	٦	٧	٧,٠٣
٣	٩	٨	٤	٧,٠٠
٤	٨	٦	٣	٥,٦٧
٥	٧	٣	١	٣,٧٦
٦	٥	٥	٣	٤,٣٣
المتوسط	٨	٦	٤	

المتوسط العام =

$$\text{المتوسط العام} = \frac{٨ + ٦ + ٤}{٣} = ٦$$

(١) تحذف الفروق بين الطرق المختلفة وذلك كالآتى:

- توجد الفروق بين المتوسط العام ومتوسط كل مجموعة.
- إذا كان المتوسط العام أقل من متوسط المجموعة فى هذا الحالة نقوم بطرح هذا الفرق من كل درجة من درجات هذه المجموعة:
  وفى مثالنا هذا يجب طرح ٢ من كل درجة من درجات المجموعة (I)
- إذا كان المتوسط العام يساوى متوسط المجموعة. فى هذه الحالة تبقى درجات المجموعة كما هى وفى مثالنا هذا تظل درجات المجموعة (II) كما هى.
- إذا كان المتوسط العام أكبر من متوسط المجموعة. فى هذه الحالة نقوم بإضافة الفرق إلى كل درجة من درجات المجموعة.

وفى مثالنا يجب إضافة ٢ إلى كل درجة من درجات المجموعة (III) وهذا يمكن توضيحه فى الجدول الآتى:

البيانات محذوفة منها الفروق بين الطرق

الثلاثيات	مجموع I	مجموع II	مجموع III	متوسط الثلاثيات
١	٨	٨	٨	٨,٠٠
٢	٧	٦	٩	٧,٣٣
٣	٧	٨	٦	٧,٠٠
٤	٦	٦	٥	٥,٦٧
٥	٥	٣	٣	٣,٧٦
٦	٣	٥	٥	٤,٣٣
المتوسط	٦	٦	٦	

(٢) نحذف الفروق بين الثلاثيات وذلك كالآتى:

- توجد الفروق بين المتوسط العام ومتوسط كل ثلاثية.
- إذا كان المتوسط العام أقل من متوسط الثلاثية.

فى هذه الحالة نقوم بطرح الفروق من درجات كل ثلاثية.

فمثلا بالنسبة للثلاثية الأولى نجد أن المتوسط نجد أن المتوسط العام يقل عن متوسط الثلاثية بمقدار ٢.

معنى ذلك أنه يجب طرح ٢ من كل درجة من درجات هذه الثلاثية.

- إذا كان المتوسط العام أكبر من متوسط الثلاثية فى هذه الحالة فإن الفرق يضاف إلى كل درجة من درجات هذه الثلاثية .. وهكذا.

ويمكن توضيح ذلك بالجدول التالى:

جدول بيانات. موضحا فيه الفروق بين الطرق المختلفة مع إزالة الفروق بين الثلاثيات:

الثلاثيات	مجموع I	مجموع II	مجموع III	متوسط الثلاثيات
١	٦	٦	٦	٦
٢	٥,٦٧	٤,٦٧	٧,٦٧	٦
٣	٦	٥	٧	٦
٤	٦,٣٣	٦,٣٣	٥,٣٣	٦
٥	٧,٠٣	٥,٣٣	٥,٣٣	٦
٦	٦,١٧	٧,١٧	٤,٦٧	٦
المتوسط	٦	٦	٦	

المتوسط العام = ٦

وكما موضح بالجدول السابق نجد أن متوسطات الطرق ومتوسطات الثلاثيات كلها متساوية ومعنى ذلك أن التباينات لكل من الطرق والثلاثيات قد تم حذفها. ورغم ذلك نجد أن الدرجات كلها ليست متساوية والتباين الباقى هو فى الواقع خطأ التباين.

وخطأ مجموع المربعات يمكن الحصول عليه بواسطة جمع متوسط المربعات الستة.

أى أن تباين الخطأ هو التباين الباقى عندما تتلاشى التباينات من كل المصادر وهى الطرق والثلاثيات فى مثالنا هذا.

تمارين على الفصل

([illegible]١)

[illegible] بين مجموعتين [illegible]
درجات اختبار تحصيلي في مقرر الإحصاء التربوي المبينة بالجدول التالي:

ذكور	٨	١٢	٧	٨	٥
إناث	٧	٨	٥	١٠	٥

(٩-٢)

إحسب الفروق بين ثلاثة مجموعات من الطلاب في درجات التحصيل الدراسي لمقرر علم النفس التربوي بطريقة تحليل التباين إذا علم أن درجاتهم كما هو موضح بالجدول التالي:

المجموعة الأولى	٢٥	٢٧	١٨	٣٥	٣٠
المجموعة الثانية	٢٠	٢٦	٣٠	٢٤	٢٥
المجموعة الثالثة	١٧	٢٨	٢٤	٢٥	٢٦

(٩-٣):

إحسب الفروق بين ٥ مجموعات بطريقة تحليل التباين في درجاتهم في اختبار للقدرة العددية والمبينة بالجدول التالي:

درجات المجموعة الأولى	٤٩	٥٩	٦١	٦٠	٦١
درجات المجموعة الثانية	٦٨	٥٥	٦٠	٦٧	٦٠
درجات المجموعة الثالثة	٦٤	٦٣	٥٤	٥٢	٦٢
درجات المجموعة الرابعة	٦٧	٥٥	٦٥	٦٤	٥٩
درجات المجموعة الخامسة	٧٠	٦٣		٥٥	٥٥

(٩-٤)

إحسب الفروق بين المجموعات الموضحة بالجدول التالى مستخدماً طريقة تحليل التباين الأحادى.

س١	٢	٣	٤
س٢	٢	٢	
س٣	١	٩	
س٤	٤	٥	٣
س٥	١	٣	
س٦	٢	٤	٣

الفصل التاسع

اختبارات الدلالة الأحصائية

Statistical Signeficance

النسبة الحرجة **Critical Ratio**

اختبار «ت» **"t" - Test**

اختبار فروض البحث العلمى **Tests and Hypotheses Testing**



تهدف اختبارات الدلالة الإحصائية إلى الكشف عن مدى اقتراب المقاييس الاحصائية للعينات من المقاييس الاحصائية للمجتمع الأصل، ولذلك فإن الثقة تزداد فى مقاييس العينة كلما اقتربت من أصلها أى أن الثقة فى مقاييس العينة تزداد كلما كان انحرافها عن مقاييس المجتمع الأصل صغيراً.

ويستخدم الخطأ المعيارى Standard Error الذى يدل على مدى الخطأ المحتمل لتلك المقاييس فى ابتعادها أو اقترابها من مقاييس المجتمع الأصلى. ويمكن استخدام الانحراف المعيارى أيضا لهذا الغرض.

الخطأ المعيارى لمتوسط العينة:-

يقدر الخطأ المعيارى لمتوسط العينة العشوائية الواحدة بالجذر التربيعى لتباين المتوسط ويكون حساب الخطأ المعيارى من احدى المعادلتين التاليتين:

المعادلة الأولى : الخطأ المعيارى $= \frac{ع}{\sqrt{ن}}$ (١)

حيث ع هى الانحراف المعيارى للعينة، ن هى عدد أفراد العينة.

المعادلة الثانيــة : الخطأ المعيارى $= \sqrt{\frac{مح^{٢}}{ن}}$ (٢)

حيث مح^{٢} هى مجموع مربعات الانحرافات عن المتوسط، ن هى عدد أفراد العينة.

مثال (١٠-١)

إذا أخذت عينة عشوائية مكونة من ١٠٠ طالب وحسب المتوسط الحسابى لنسب ذكائهم فكان ١١٥ وحسب الانحراف المعيارى فكان ٢٦,٢٥ فأوجد الخطأ المعيارى؟

الحـــــل

$$\text{الخطأ المعيارى} = \frac{ع}{\sqrt{ن}}$$

$$\text{الخطأ المعيارى} = \frac{٢٦,٢٥}{\sqrt{١٠٠}} = ٢,٦٢٥$$

الخطأ المعيارى للفرق بين المتوسطيـن:

أولا: إذا كان المتوسطان مرتبطـان:

إذا كان متوسطا درجات مجموعة من الطلاب فى اختبارين أحدهما للحساب والآخر للهندسة هما سَ١، سَ٢ وكانت درجـات الطـلاب فى هذيـن المقرريـن مرتبطين وكان معامل الارتباط بينهما هو ر ، فإذا كان المعيارى لمتوسط درجات اختبار الحساب ع سَ١. وكان الخطأ المعيارى لمتوسط درجات اختبار الهنـدسة هو

$$= \frac{\text{الخطأ المعيارى للفرق بين متوسطين مرتبطيـن}}{\sqrt{ع_{سَ١}^{٢} + ع_{سَ٢}^{٢} - ٢\ ر\ ع_{سَ١} \times ع_{سَ٢}}}$$

ثانيا: إذا كان المتوسطان غير مـرتبطين:

إذا تم حساب متوسطى درجات مقرر الرياضيات لتلاميذ مدرستيـن أحدهمـا للبنين والأخرى للبنات فإنه لايمكن حساب العلاقة بين درجات البنيـن ودرجـات البنات فى اختبار الرياضيات لأن الارتباط يعتمد على مقارنة درجات كـل طـالب فى كل مرة نختبره فيهـا ودرجاتـه فى المـرة التى تليهـا. ويمكـن إعتبـار أن ر = صفر فى هذه الحالـة.

وعليه فإننا عوضنا فى معادلة الخطأ المعيارى للفرق بيـن متوسطيـن مرتبطيـن عن قيمة ر = ٠ يكون الخطأ المعيارى للفرق بين متوسطين غيـر مرتبطيـن كمـا هو مبين فى المعادلة التاليـة:

الخطأ المعيارى للفرق بين متوسطين غير مرتبطين $= \sqrt{\text{ع}^{٢}_{\text{س١}} + \text{ع}^{٢}_{\text{س٢}}}$

وفيما يلى يستعرض المؤلف طرق حساب دلالة الفروق بين المتوسطين:

(١) النسبة الحرجة — Critical Ratio

لحساب دلالة الفرق بين متوسطين نحسب الخطأ المعيارى للفروق بين المتوسطين ثم نحسب النسبة الحرجة من المعادلة التالية:

لحساب دلالة الفرق بين المتوسطين نحسب الخطأ المعيارى للفرق بين المتوسطين ثم نحسب النسبة الحرجة من المعادلة التالية:

$$\text{النسبة الحرجة} = \frac{\text{الفرق بين المتوسطين}}{\text{الخطأ المعيارى للفروق بين المتوسطين}}$$

فإذا كان المتوسطان مرتبطان فإن الخطأ المعيارى للفرق بين المتوسطين يكون $\sqrt{\text{ع}^{٢}_{\text{سَ١}} + \text{ع}^{٢}_{\text{سَ٢}} - ٢\text{ر ع}_{\text{سَ١}} \times \text{ع}_{\text{سَ٢}}}$

حيث سَ١، سَ٢ هما متوسطى درجات أفراد المجموعتين فى اختبارين، سَ١ ع، سَ٢ ع هما الخطآن المعياريان للمتوسطين السابقين، ر هو معامل الارتباط بين درجات الاختبارين.

$$\therefore \text{النسبة الحرجة} = \frac{\text{سَ١} - \text{سَ٢}}{\sqrt{\text{ع}^{٢}_{\text{سَ١}} + \text{ع}^{٢}_{\text{سَ٢}} - ٢\ \text{ر ع}_{\text{سَ١}} \times \text{ع}_{\text{سَ٢}}}}$$

مثال (١٠ - ٢)

إذا كان متوسط درجات مجموعتين مختلفتين من طلاب المدارس الثانوية بالمدينة المنورة فى اختبار الذكاء هى:

متوسط ذكاء المجموعة الأولى ١٠٩ وانحرافه المعيارى ١٧,٢ ومتوسط ذكاء المجموعة الثانية هو ١١٣ وانحرافه المعيارى هو ١٦,٨ فأوجد النسبة الحرجة.

الحـــــل

المجموعتين غير مرتبطين لأنهما من مدرستين مختلفتين

$$\text{النسبة الحرجة} = \frac{\bar{س}_2 - \bar{س}_1}{\sqrt{ع_{\bar{س}_2 - \bar{س}_1}}} = \frac{١١٣ - ١٠٩}{\sqrt{(١٧,٢)^2 + (١٦,٨)^2}}$$

$$= \frac{٤}{\sqrt{٥٧٨,٠٨}} = \frac{٤}{\sqrt{٢٤,٠٤٣}}$$

$$= ٠,١٧$$

مثال (١٠-٣)

إذا كان متوسطات درجات مجموعة من الطلاب في اختبارين أحدهما للقراءة والآخر للتعبير هما ٣٤,٥، ٣٠,٦ على الترتيب وكان الخطأ المعيارى لدرجات الطلاب فى القراءة هو ٦,٢ والخطأ المعيارى لدرجات الطلاب فى التعبير هو ٤,٨ وكان معامل الارتباط بين درجات الطلاب فى اختبارى القراءة والتعبير هو ٠,٧ فما هى النسبة الحرجة.

الحـــــل

$$\text{النسبة الحرجة} = \frac{٣٤,٥ - ٣٠,٦}{\sqrt{(٦,٢)^2 + (٤,٨)^2 - ٢ \times ٠,٧ \times ٦,٢ \times ٠,٨}}$$

$$= \frac{٣,٩}{\sqrt{٦١,٤٨٠ - ٤١,٦٦٤}}$$

$$= \frac{٣,٩}{\sqrt{١٩,٨١٦}} = \frac{٣,٩}{٤,٤٥}$$

$$= ٠,٨٧$$

اختبارات للفروق بين المتوسطات

فى البحوث والدراسات التجريبية، يحصل الباحث على ملاحظات عن أفراد

عينة البحث فإذا كان عدد هذه الملاحظات «ن» وكانت عينة الأفراد هي عينة عشوائية فإن تباين هذه العينة (ع^٢) يمكن حسابه من المعادلة التالية:

$$ع^{٢} = مجـ \frac{(س - \bar{س})^{٢}}{ن - ١}$$

وعدد درجات الحرية يساعد في تحديد تباين العينة ومقدار درجات الحرية لعينة عدد أفرادها ن هي (ن-١). وقبل شرح طرق حساب دلالة الفروق بين متوسطات باستخدام اختبار «ت» كما ينبغي على الباحث أن يتحقق من بعض الشروط الأساسية في متغيرات بحثه.

الشروط الأساسية الواجب توافرها لاستخدام اختبار «ت»:

توجد عدة شروط أساسية ينبغي على الباحث أن يتحقق منها في متغيرات بحثه قبل أن يستخدم اختبار «ت» في حساب دلالة الفروق بين المتوسطات،

وإلا فإن الناتج الذي يتوصل إليه الباحث لن يعبر عن الحقيقة. ولذلك فإن على الباحث أن يدرس متغيراته من النواحي التالية:

- حجم العينة.
- الفرق بين حجمي العينتين.
- مدى تجانس العينات.
- مدى اعتدالية التوزيع التكراري لعينتي البحث.

وفيما يلي عرض موجز لهذه الجوانب:

(١) حجم العينة:

حيث أن إختبار «ت» يصلح للعينات الصغيرة (ن < ٥٠)، فإنه يصلح أيضا للعينات الكبيرة والتي تصل في بعض الأحيان إلى ١٠٠٠٠ أو أكثر من ذلك وحتى مالا نهاية (∞).

(٢) الفرق بين عينتى البحث:-

يجب ألا يكون الفرق بين عينتى البحث كبيراً جداً لأن حجم العينة يؤثر على مستوى دلالة «ت» وذلك لأن مستوى الدلالة يتأثر إلى حد كبير بدرجات الحرية.

(٣) مدى تجانس العينتين:-

يقاس التجانس بمدى الفرق بين تباين العينتين ولايقاس هذا الفرق بطرح التباين الأصغر من التباين الأكبر ولكن يقاس بقسمة التباين الأكبر على التباين الأصغر والنسبة الناتجة تسمى النسبة الفائية (ف) وترجع هذه التسمية إلى اسم واضعها وهو العالم فيشر Fisher

$$ف = \frac{\text{التباين الكبير}}{\text{التباين الصغير}} = \frac{ع_١^٢}{ع_٢^٢}$$

حيث $ع_١ > ع_٢$

وتكون العينة متجانسة تماماً إذا كانت ف = ١ وتعتبر العينة متجانسة إذا كانت قيمة «ف» غير جوهرية.

(٤) مدى اعتدالية التوزيع التكرراري لعينتى البحث:

معنى اعتدالية التوزع التكرارى هو التحرر من الالتواء السالب أو الموجب والتوزيع الاعتدالى هو التوزيع الخالى من الالتواء. ويجب أن يكون التوزيعان التكراريان للعينتين اعتداليان.

وينحصر الالتواء بين -٣ و +٣ الذى يمكن حسابه من المعادلة التالية:

$$\text{الالتواء} = ٣ \frac{(\text{المتوسط} - \text{الوسيط})}{\text{الانحراف المعيارى}}$$

توزيع «ت» The "T" Distribution

إذا كان متوسط ممجتمع الأصل هو م وكان متوسط العينة هو س- فإن المعادلة التى تحدد قيمة «ت» هى:

$$ت = \frac{\bar{س} - م}{ع_{\bar{س}}}$$. حيث $ع_{\bar{س}}$ هو الخطأ المعيارى لمتوسط العينة.

قيمة «ت» الناتجة لها توزيع معروف يسمى توزيع «ت» ويحسب مستوى دلالة قيمة «ت» من الملحق رقم (٤).

الحالات المختلفة لحساب قيم «ت»:

(١) دلالة الفرق بين متوسطين غير مرتبطين لعينتين غير متساويتين فى عدد الأفراد.

طريقة الحساب:

- نوجد الفرق بين المتوسطين $\bar{س}_١ - \bar{س}_٢$.
- نحسب الخطأ المعيارى للفرق بين المتوسطين وتكون قيمته فى هذه الحالة كما يلى:

$$\text{الخطأ المعيارى} = \sqrt{\left(\frac{ن_١ ع_١^٢ + ن_٢ ع_٢^٢}{ن_١ + ن_٢ + ن_٣}\right)\left(\frac{١}{ن_١} + \frac{١}{ن_٢}\right)}$$

- نوجد قيمة ت المحسوبة وتساوى خارج قسمة الفرق بين المتوسطين على الخطأ المعيارى.

وتستخدم هذه الطريقة للأعداد الصغيرة والأعداد الكبيرة على السواء.

مثال (١٠-٤)

أحسب قيمة ت لمتوسطين غير مرتبطين إذا علم أن

$\bar{س}_١ = ٦٠$، $\bar{س}_٢ = ٥٠$

$ع_١^٢ = ١٠$، $ع_٢^٢ = ١٥$

$ن_١ = ١٠٠$، $ن_٢ = ١٢٠$

الحـــــل

$$ت = \frac{\bar{س}_١ - \bar{س}_٢}{\sqrt{\left(\frac{ن_١ ع_١^٢ + ن_٢ ع_٢^٢}{ن_١ + ن_٢ - ٢}\right)\left(\frac{١}{ن_١} + \frac{١}{ن_٢}\right)}}$$

$$ت = \frac{٦٠ - ٥٠}{\sqrt{\left(\frac{١٠٠ \times ١٠ + ١٢٠ \times ١٥}{١٠٠ + ١٢٠ - ٢}\right)\left(\frac{١}{١٠} + \frac{١}{١٢٠}\right)}}$$

$$= \frac{١٠}{\sqrt{\frac{١٠٠ + ١٨٠٠(٠,٠١ + ٠,٠٨)}{٢٢٠ - ٢}}}$$

$$= \frac{١٠}{\sqrt{١٢,٨٤٤ \times ٠,٠١٨}} = \frac{١٠}{\sqrt{٠,٢٣١٢}} = ٢٠,٧٩$$

(٢) دلالة الفرق بين متوسطين غير متوسطين غير مرتبطين لعينتين متساويتين في عدد الأفراد: لحساب قيمة «ت» في هذه الحالة نتبع الخطوات السابقة ولكن باعتبار أن ن١ = ن٢ = ن. في معادلة الخطأ المعيارى للفرق بين متوسطين فتصبح قيمة هي

$$ت = \frac{\bar{س}_١ - \bar{س}_٢}{\sqrt{\frac{ع_١^٢ + ع_٢^٢}{ن - ١}}}$$

مثال (١٠-٥)

احسب قيمة ت لمتوسطين غير مرتبطين إذا علم أن

$\bar{\text{س}}_{١} = ١٥٠$ ، $\bar{\text{س}}_{٢} = ١٨٠$

$\text{ن}_{١} = ١٠٠$ ، $\text{ن}_{٢} = ١٠٠$

$\text{ع}_{١} = ٢٠$ ، $\text{ع}_{٢} = ٣٠$

الحـــل

$$\text{ت} = \frac{\bar{\text{س}}_{١} - \bar{\text{س}}_{٢}}{\sqrt{\dfrac{\text{ع}_{١}^{٢} + \text{ع}_{٢}^{٢}}{\text{ن} - ١}}}$$

$$\text{ت} = \frac{١٥٠ - ١٨٠}{\sqrt{\dfrac{(٢٠)^{٢} + (٣٠)^{٢}}{١٠٠ - ١}}} = \frac{- ٣٠}{\sqrt{\dfrac{٤٠٠ + ٩٠٠}{٩٩}}}$$

$$= \frac{- ٣٠}{\sqrt{١٣{,}١٣١٣}} = \frac{- ٣٠}{\sqrt{٣{,}٦٢٤}} = - ٨{,}٢٧٨١$$

(٣) دلالة الفرق بين متوسطين غير متجانسين وغير مرتبطين:

إذا كان عدد أفراد مجموعة (١) هو $\text{ن}_{١}$ ومتوسطها $\bar{\text{س}}_{١}$ وكان عدد أفراد مجموعة أخرى (ب) هو $\text{ن}_{٢}$ ومتوسطها $\bar{\text{س}}_{٢}$ فإذا كان الانحراف المعياري للمجموعة **(أ) هو $\text{ع}_{١}$ والانحراف** المعياري للمجموعة (ب) هو $\text{ع}_{٢}$ فإن الخطأ

المعياري للفرق بين المتوسطين يحسب من المعادلة:

$$\text{الخطأ المعياري} = \sqrt{\frac{\text{ع}_{١}^{٢}}{\text{ن}_{١}} + \frac{\text{ع}_{٢}^{٢}}{\text{ن}_{٢}}}$$

مثال (١٠-٦)

إذا كان متوسط نسبة ذكاء مجموعة من ٩٨ تلميذاً فى أحد المدارس المتوسطة بالمدينة المنورة هو ١٠٢ بانحراف معيارى قدره ١٤ وكان متوسط نسبة ذكاء مجموعة مكونة من ٧٢ تلميذة بأحد المدارس المتوسطة للبنات بالمدينة المنورة أيضا هو ١٠٠ بانحراف معيارى قدره ١٢ فما قيمة «ت» للفرق بين المتوسطين؟

$$\text{ت} = \frac{\bar{\text{س}}_{١} - \bar{\text{س}}_{٢}}{\sqrt{\frac{\text{ع}_{١}^{٢}}{\text{ن}_{١}} + \frac{\text{ع}_{٢}^{٢}}{\text{ن}_{٢}}}}$$

$$\text{ت} = \frac{١٠٢ - ١٠٠}{\sqrt{\frac{(١٤)^{٢} + (١٢)^{٢}}{٩٨ + ٧٢}}} = \frac{٢}{\sqrt{\frac{١٦٩ + ١٤٤}{٩٨ + ٧٢}}}$$

$$= \frac{٢}{\sqrt{٢ + ٢}} = ١$$

(٤) دلالة الفرق بين متوسطين مرتبطين:

إذا أعيد إجراء نفس الاختبار على مجموعة الأفراد فى وقت آخر كما يفعل الباحث عند حساب ثبات اختبار بطريقة إعادة الاختبار فإننا نستخدم المعادلة التالية لحساب قيمة «ت»:

$$\text{ت} = \frac{\bar{\text{س}}\,\text{ف}}{\sqrt{\frac{\text{مح ح}^{٢}\text{ف}}{\text{ن}(\text{ن} - ١)}}}$$

حيث $\bar{\text{س}}$ف هى متوسط الفروق بين درجات المجموعتين.

مح ح^{٢}ف هى مجموع مربعات انحرافات الفروق بين الدرجات عن متوسطها

وهذه الطريقة تقتضى أن يكون عدد أفراد العينتين متساويتين وذلك لأن الدرجات المتناظرة فى العينتين مرتبطة

∴ $ن_١ = ن_٢ = ن$

مثال (١٠-٧)

إحسب قيمة «ت» للفرق بين متوسطى المجموعتين من الدرجات الموضحة بالجدول التالى:

$س_١$	١٥	١٩	١٨	٢٠	١٦	١٩
$س_٢$	١٢	١٦	١٧	٢٥	١٤	١٧

$س_١$	$س_٢$	الفروق بين الدرجات (ف)	حف	$ح^٢ف$
١٥	١٢	٣	٢	٤
١٩	١٦	٣	٢	٤
١٨	١٧	١	٠	٠
٢٠	٢٥	٥-	٦-	٣٦
١٦	١٤	٢	١	١
١٩	١٧	٢	١	١
١٠٧	١٠١	٦		٤٦

$$\bar{م}_{ف} = \frac{٦}{٦} = ١$$

$$\text{ت} = \frac{\bar{\text{س}}_{\text{ف}}}{\sqrt{\frac{\text{مجـ ح}^{2}\text{ ف}}{\text{ن (ن} - 1)}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{46}{6\,(6 - 1)}}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1.53}} = \frac{1}{1.24}$$

$$= 0.81$$

اختبَار فروض البحَث العلمى

يقصد بالفرض العلمى أنه حل مقترح لمشكلة البحث، هذا الحل يصوغه الباحث صياغة واضحة دقيقة بحيث لاتعطى أكثر من معنى واحد ولايتضمن أكثر من علاقة واحدة يمكن اختبار مدى صحته بطريقة إحصائية.

ويمكن تعريف الفرض العلمى على أنه تفسير محتمل للعوامل التى يحاول الباحث فهمها، ويمكن اعتبار أن الفرض هو مجرد تعميم مبدئى تظل صحته وصلاحيته موضع اختبار.

خصائص الفرض العلمى:

ينبغى أن تتوفر فى الفرض العلمى الشروط التالية:

١ – أن يكون لكل فرض إجابة صحيحة واحدة ولايحتمل أكثر من إجابة واحدة.

٢ – أن يكون الفرض العلمى بسيطاً فى صياغته وأن يقدم أبسط حل للمشكلة.

٣ – ينبغى ألا يتعارض الفرض مع الحقائق التى تم التوصل إليها عن طريق البحث العلمى.

٤ – أن يكون للفرض قوة تفسيرية.

٥ – أن يوضح الفرض علاقة بين متغيرين أو أكثر.

٦ – أن يكون الفرض العلمي واضح الصياغة ومحدود المعنى.

٧ – أن يصاغ الفرض بطريقة تسمح باختباره إحصائياً أو بطريقة تمكن الباحث من قياس احتمال وجوده في الواقع.

٨ – يجب أن يكون الفرض العلمي مبنياً على معلومات أو إطار نظرى يستمد منه أحد جوانبه.

٩ – يجب أن يتناول الفرض العلمي علاقة محدودة بين متغيرين بحيث يمكن ملاحظة هذه العلاقة وقياسها.

البيانات الاحصائية والفروض العلمية:

تحتوى البيانات الاحصائية على المعلومات الموجودة فعلاً أما الفروض فتتناول ما يتوقع الباحث وجوده، والفرض العلمي يتسم بالجدة وافتراض علاقات محتملة بين المتغيرات التى تتضمنها مشكلة البحث. أما البيانات الاحصائية فتعتبر الأدوات التى تساعد الباحث على اختبار الفروض وإثبات درجة احتمالها ووجودها فى الواقع وتوجد عدة طرق لصياغة الفروض منها ما يلى:–

١ – فروض موجهة تبحث علاقات طردية أو علاقات عكسية أو فروق جوهرية بين المتغيرات.

٢ – فروض غير موجهة مثل الفروض التساؤلية أو الفروض الصفرية.

والفرض الصفرى ينص على عدم وجود العلاقات الجوهرية بين المتغيرات أو عدم وجود الفروق ذات الدلالة الاحصائية بين متوسطى درجة المجموعة الأولى والمجموعة الثانية (أى أن $س_١ = س_٢$).

أنواع الفروض العلمية:

يوجز المؤلف أهم أنواع الفروض العلمية فيما يلى:

(١) الفروض الاستقرائية Inductive Hypotheses

فى هذه الحالة يقوم الباحث بصياغة فروض بحثه على هيئة تعميمات للعلاقات الملحوظة بين المتغيرات. أى أن الباحث يقوم بملاحظة السلوك والانماط والعلاقات المحتملة. ثم يفترض توضيحات لهذه الملحوظات، وبالطبع فإن عملية الاستدلال Reasoning ينبغى أن تكون مواكبة لدراسة البحوث السابقة لتحديد النتائج التى توصل إليها الباحثون الآخرون فى إختبار مثل هذا الفرض. والطريقة الاستقرائية تفيد الباحث من الناحية العملية. فالباحث يلاحظ سلوك المفحوصين الذين يمثلون أفراد عينة بحثه ويحاول بعد ذلك استقراء المعلومات ومحاولا صياغة تعميمات يحاول بواسطتها توضيح العلاقات التى تمت ملاحظتها.

(٢) الفروض الاستنباطية Deductive Hypotheses

الفروض التى تشتق من بعض التعميمات المرتبطة بالعلاقات أو التى تستنبط من الاطار النظرى للبحث تتميز بأنها يمكن أن تؤدى إلى تعميمات أكثر للمعلومات، فالفرض الذى يشتق من نظرية يعرف بالفرض الاستنباطى. وهذا النوع من الفروض تتم صياغته فى ضوء استقراء بعض الحالات الضرورية والخروج منها ببعض التعميمات التى تقبل الاختبار الاحصائى والتى يمكن أن تسمى فروضاً علمية. ومثل هذه الفروض يمكن صياغتها من خلال الخبرات المباشرة للباحثين الناتجة عن احتكاكهم بالمواقف المتباينة، ولأن مثل هذه الفروض تصاغ من خبرات خاصة فى أماكن محددة فإنها تفيد فى حل بعض المشكلات المعينة وعلى نطاق ضيق ولكنها قد تقود إلى سلسلة من الاستنتاجات المفيدة والتى تصلح لتفسير الظواهر بدرجة محددة.

اختبار صحة الفروض العلميـة:

ينبغي على الباحث أن يختار الطرق الاحصائية المناسبة لإختبار كل فرض من فروض البحث، وتعتمد الطريقة الاحصائية على نوع الفرض العلمى، فالطريقة الاحصائية التي تستخدم لاختبار الفرض الذى يبحث علاقة بين متغيرين تختلف عن الطريقة الاحصائيـة التى تستخـدم لاختبـار الفـرض الـذى يبحث الفـرق بين مجموعتين من الأفراد فى متغير معين، كالمقارنة فى مفهوم الذات عند مجموعتين من الأطفال والمراهقين مثلا. فالنوع الأول من الفـروض الـذى يبحث العلاقـات بين المتغيرات يمكن للباحث أن يختبره احصائيا باستخدام أى طريقـة مـن طـرق حساب معامل الارتباط حسب نوع البيانات وحسب الهدف من البحث. والنوع الثانى من الفروض الذى يبحث الفروق بين المجموعات فى متغير من المتغيرات يمكن للباحث أن يختبره احصائيـا عـن طريـق استخـدام معادلـة النسبـة الحرجـة المناسبـة أو معادلـة اختبـار «ت» المناسبـة حسب طبيعـة البحث وطبيعـة العينـة وخصائصها.

تمارين على الفصل

(١٠–١) إذا كان متوسط درجات ٣٥ تلميذاً فى مادة الحساب هو ٧٨ درجة بانحراف معيارى قدره ١٠ فى الامتحان النصفى بأحد المدارس الابتدائية بالمدينة المنورة وفى الامتحان النهائى كان متوسط درجات هؤلاء التلاميذ هو ٨٢ درجة بانحراف معيارى قدره ١٢. هل الفرق بين درجات التلاميذ فى الاختبارين له دلالة احصائية إذا كان معامل ارتباط بين درجات التلاميذ فى الامتحانين هو ٠,٧؟

(١٠–٢) احسب قيمة «ت» لمتوسطين غير مرتبطين إذا علم أن:

$\bar{\text{س}}_{١} = ٥٠ \quad \bar{\text{س}}_{٢} = ٤٠$

$\text{ع}_{١}^{٢} = ١٦ \quad \text{ع}_{٢}^{٢} = ٢٥$

$\text{ن}_{١} = ١٠٠ \quad \text{ن}_{٢} = ٨٠$

(١٠–٣) احسب قيمة «ت» لمتوسطين غير مرتبطين اذا علم أن

$\bar{\text{س}}_{١} = ٢٥ \quad \bar{\text{س}}_{٢} = ٢٠$

$\text{ع}_{١}^{٢} = ٤ \quad \text{ع}_{٢}^{٢} = ٢$

$\text{ن}_{١} = ٣٠ \quad \text{ن}_{٢} = ٣٠$

(١٠–٤) إذا كان متوسط نسبة ذكاء مجموعة من ٥٠ تلميذاً فى أحد المدارس الابتدائية بالمدينة المنورة هو ١٠٠ بانحراف معيارى قدره ١٢ وكان متوسط نسبة ذكاء مجموعة أخرى من التلميذات بأحدى المدارس الابتدائية للبنات مكونة من ٤٠ تلميذة هو ٨٩ بانحراف معيارى قدره ١٣ فما قيمة «ت» للفرق بين المتوسطين؟

أوجد أيضا النسبة الحرجة «ح» للفرق بين المتوسطين وقارن بين النتيجة فى الحالتين.

الفصل العاشر

اختبار كا٢ لدلالة الفرق بين التكرارات

The χ^2 Test



تعتبر اختبار كا^{٢} وتكتب باللاتينيــة χ^2 وتنطـق كـاى اسكويـر) من أفضل الاختبارات الاحصائيـة التى تستخـدم فى حساب دلالـة الفـروق بيـن التكـرارات والنسب المئوية. وتستخدم كا^{٢} لحساب دلالة فروق البيانات العددية التى يمكن تحويلهـا إلى تكـرار أو نسب مئويـة وتقـوم فكرتهـا الأساسيـة على قيـاس مـدى اختلاف التكرارات المتوقعة أو المحتملـة الحـدوث.

وهذا الاختبار يتميز بالخصائص التالية:-

١ – لايمكن أن تكـون قيمـة كـا^{٢} سالبة لأنها تساوى مجمـوع مربعـات الفروق التى تكون موجبة دائمـا.

٢ – قيمة كـا^{٢} تساوى صفـر فقـط فى بعض الحـالات غيـر العاديـة التى تكـون فيهـا التكـرارات المحسوبـة مساويـة للتكـرارات المتوقعـة (كم = كق).

٣ – إذا كانت العوامل الأخرى متساوية فإن قيمـة كـا^{٢} تزيد كلما زادت الفروق بين التكرارات المتوقعة والتكـرارات المحسوبـة.

٤ – لاتتحدد قيمـة كـا^{٢} بالفروق بين التكرارات وحدهـا ولكنهـا تحـدد بمقدار هذه الفروق بالنسبة لقيمة التكـرارات المتوقعـة.

٥ – تعتمـد قيمـة كـا^{٢} على عدد الاختبـارات المتاحـة وكلمـا زاد عـدد الاختبارات كلما زادت قيمة كـا^{٢}.

طرق حساب كا^{٢}

تحسـب قيمة كا^{٢} من المعادلة التاليـة:

$$\text{كا}^{٢} = \frac{\text{مج}\ (\text{كم} - \text{كق})^{٢}}{\text{كق}}$$

حيث كم هى التكرار المشاهـد، كق هى التكرار المتوقـع

ويمكن الكشف عن مستوى الدلالة الاحصائية لقيمه كا^{٢} من الملحق رقم (٥)

مثال (١١-١)

إحسب كا^{٢} لدلالة الفرق بين استنتاجات ١٠٠ طالب على سؤال فى استفتاء بحيث كانت الإجابة عنه إما موافق أو غير موافق وكان عدد الذين اجابوا موافق ٤٨ والذين اجابوا غير موافق ٥٢.

الحـــــل

$$ك_ق = \frac{١٠٠}{٢} = ٥٠$$

$$كا^{٢} = \frac{(٤٨ - ٥٠)^{٢}}{٥٠} + \frac{(٥٢ - ٥٠)^{٢}}{٥٠}$$

$$= \frac{٤}{٥٠} + \frac{٤}{٥٠} = ٠{,}١٦$$

مثال (١١-٢)

أذا أجاب ١٠٠ فرد على سؤال فى أحد استطلاعات الرأى وكانت إجابة ٦٠ منهم بنعم وإجابة ٤٠ بلا إحسب كا^{٢} للفروق؟

$$كا^{٢} = \frac{مجـ(ك_م - ك_ق)^{٢}}{ك_ق} =$$

$$كا^{٢} = \frac{(٦٠ - ٥٠)^{٢}}{٥٠} + \frac{(٤٠ - ٥٠)^{٢}}{٥٠}$$

$$= \frac{١٠٠}{٥٠} + \frac{١٠٠}{٥٠} = ٤$$

الطريقة المختصرة لحساب كا^{٢} للجدول التكرارى (١×٢)

إذا كان تكرارالاستجابة الأولى هى ك$_{١}$ وكان تكرار الاستجابة الثانية هى ك$_{٢}$ على سؤال من أسئلة استبيان مثلا فإن كا^{٢} تحسب من المعادلة التالية:

$$كا^2 = \frac{(ك_1 - ك_2)^2}{ك_1 + ك_2}$$

مثال (١١-٣)

إحسب كا^2 للبيانات الموضحة بالمثال السابق (١١-٢) باستخدام الطريقة المختصرة.

الحـــل

$$كا^2 = \frac{(ك_1 - ك_2)^2}{ك_1 + ك_2} = \frac{(٦٠ - ٤٠)^2}{٦٠ + ٤٠} = \frac{٤٠٠}{١٠٠} = ٤$$

مثال (١١-٤)

فى استفتاء للرأى العام تبين أن ٨٠ عاملا يحبون مزاولة الأعمال اليدوية بينما يكره ٢٢٠ عاملاً مثل هذه الأعمال إحسب كا^2 للفروق.

الحـــل

$$كا^2 = \frac{(ك_1 - ك_2)^2}{ك_1 + ك_2}$$

$$= \frac{(٨٠ - ٢٢٠)^2}{٨٠ + ٢٢٠} = \frac{(-١٤٠)^2}{٣٠٠}$$

$$= \frac{١٩٦٠٠}{٣٠٠} = ٦٥,٣٣$$

الطريقة العامة لحساب قيمة كا^2 لجداول التكرارات (١×ن):

تستخدم المعادلة العامة لحساب قيمة كا^2 بالنسبة لجداول التكرارات: والمثال التالى يوضح استخدام هذه المعادلة لمثل هذه التكرارات:

مثال (١١-٥)

كانت استجابات ٣٠ طالب على أحد أسئلة مقياس للإتجاهات ذات ثلاث إجابات (موافق - لاأدرى - معارض) كما موضح فى الجدول التالى

إحسب كا^{٢} للفروق بين هذه الاستجابات؟

الاستجابة	موافق	لا أدرى	معارض	محك
التكرارات (ك)	١٢	٢	١٦	٣٠

الحل

$$\text{التكرار المتوقع (كق)} = \frac{\text{مج (كم - كق)}^{٢}}{\text{كق}}$$

$$\text{كا}^{٢} = \frac{(١٢-١٠)^{٢}}{١٠} + \frac{(٢-١)^{٢}}{١٠}$$

$$+ \frac{(١٦-١٠)^{٢}}{١٠} = \quad = ١٠,٤$$

(١١-٦)

فى استبيان كان تكرار القبول ٧٠ وتكرار الرفض ٥٠ احسب كا^{٢} للفروق بين هذه الاستجابات؟

الحل

$$\text{التكرار المتوقع (كق)} = \frac{٧٠ + ٥٠}{٢} = ٦٠$$

$$\text{كا}^{٢} = \frac{\text{مج (كم - كق)}^{٢}}{\text{كق}}$$

$$\text{كا}^{٢} = \frac{(٧٠-٦٠)^{٢}}{٦٠} + \frac{(٥٠-٦٠)^{٢}}{٦٠}$$

$$+ \frac{١٠٠}{٦٠} + \frac{١٠٠}{٦٠} = \frac{٢٠٠}{٦٠} = ٠,٣٣$$

مثال (١١-٧)

إذا أجاب ١٠٠ فرد على سؤال في أحد الاستفتاءات وكان تكرار القبول ٦٠ وتكرار الرفض ٤٠ فما قيمة كا² للفروق بين الإجابات؟

الحـــل

$$\text{لتكرار المتوقع (ك‌ق)} = \frac{٦٠ + ٤٠}{٢} = ١٥٠$$

حساب كا² للفرق بين التكرارات في الجدول التكرارية (٢×٢):

$$\text{كا}^{٢} = \frac{(٦٠-٥٠)^{٢}}{٥٠} + \frac{(٤٠ - ٥٠)^{٢}}{٥٠}$$

$$+ \frac{١٠٠}{٥٠} + \frac{١٠٠}{٥٠} = ٤$$

إذا كان لدينا جدول تكراري (٢×٢) كالجدول التالي:

أ	ب
جـ	د

فإننا نجمع الصفوف والأعمدة كما هو موضح في الجدول التالي:

أ	ب	أ + ب
ج	د	ج + د
أ + ج	ب + د	ن

فتكون التكرارات المتوقعة لكل خلية من خلايا الجدول التكراري السابق كما يلي:

التكرار المتوقع للخلية أ = $\frac{(ا + ب)\ (ا + جـ)}{ن}$

التكرار المتوقع للخلية ب = $\frac{(ا + ب)\ (ا + د)}{ن}$

التكرار المتوقع للخلية ج = $\frac{(جـ + د)\ (ا + جـ)}{ن}$

التكرار المتوقع للخلية د = $\frac{(جـ + د)\ (ب + د)}{ن}$

ثم نكمل الحل بالطريقة العامة لحساب كا^2 للفروق بين التكرارات

مثال (١١-٨)

إحسب كا^2 للفروق بين التكرارات الموضحة بالجدول التالي:

٣٥	٣٧
١٤	٣٤

الحـــــل

أ	ب	أ + ب
٣٥	٣٧	٧٢
ج	د	ج + د
١٤	٣٤	٤٨
أ + ج	ب + د	ن
٤٩	٧١	١٢٠

ك ق للخلية (أ) = $\frac{٧٢ \times ٤٩}{١٢٠}$ = ٢٩,٤٠

ك ق للخلية (ب) = $\frac{٧٢ \times ٧١}{١٢٠}$ = ٤٢,٦٠

ك ق للخلية (ج) = $\frac{٤٨ \times ٤٩}{١٢٠}$ = ١٩,٦

ك ق للخلية (د) = $\frac{٤٨ \times ٧١}{١٢٠}$ = ٢٨,٤

$$كا^{٢} = \frac{(٣٥ - ٢٩,٤)^{٢}}{٢٩,٤} + \frac{(٣٧ - ٤٢,٦)^{٢}}{٤٢,٦} + \frac{(١٤ - ١٩,٦)^{٢}}{١٩,٦} + \frac{(٣٤ - ٢٨,٤)^{٢}}{٢٨,٤}$$

$$= ١,٠٧ + ٠,٧٤ + ١,٦٠ + ١,١٠ = ٤,٥١$$

الطريقة المختصرة لحساب كا^{٢} للجدول التكرارى (٢ × ٢)

$$كا^{٢} = \varnothing^{٢} \times ن$$

حيث $\varnothing$ تنطق فاى وقيمتها تحدد من المعادلة

$$\varnothing = \frac{ا\,د - ب\,جـ}{\sqrt{(ا + ب)\,(جـ + د)\,(ا + جـ)\,(ب + د)}}$$

مثال (١١-٩)

حل المثال السابق (١١-٨) بالطريقة المختصرة؟

الحـــــل

$$\varnothing = \frac{(٣٥ \times ٣٤) - (٣٧ \times ١٤)}{\sqrt{٧٢ \times ٤٨ \times ٤٩ \times ٧١}} = \frac{١١٩٠ - ٥١٨}{\sqrt{٣٤٦٧,٤٨}} = ٠,١٩$$

$$كا^{٢} = \varnothing^{٢} \times ن = (٠,١٩)^{٢} \times ١٢٠ = ٤,٥١$$

مثال (١١-١٠)

تم سؤال ٥٠٠ طالب من طلاب أحد المدارس الثانوية عما إذا كانوا يحبون العمل اليدوى أم لا؟ وكانت إجاباتهم موزعة حسب الصفوف الدراسية على النحو التالى.

	موافق	لا أدرى	غير موافق	المجموع
الصف الأول	٣٥	٦٠	٥٥	١٥٠
الصف الثانى	٨٠	٢٠	١٠٠	٢٠٠
الصف الثالث	٥٠	٦٠	٤٠	١٥٠
	١٦٥	١٤٠	١٩٥	٥٠٠

الحل

النسبة المئوية للتكرار المتوقع (موافق) = $\frac{١٦٥}{٥٠٠}$ = ٠,٣٣

النسبة المئوية للتكرار المتوقع(لا أدرى) = $\frac{١٤٠}{٥٠٠}$ =٠,٢٨

النسبة المئوية للتكرار المتوقع(غير موافق)= $\frac{١٩٥}{٥٠٠}$ = ٠,٣٩

التكرار المتوقع لطلاب الصف الأول(موافق)= ك‌ق١ = ٠,٣٣×١٥٠= ٤٩,٥

التكرار المتوقع لطلاب الصف الأول(لا أدرى)= ك‌ق٢ = ٠,٢٨×١٥٠= ٤٢

التكرار المتوقع لطلاب الصف الأول(غيرموافق)ك‌ق٣ = ٠,٣٩×١٥٠= ٥٨,٥

التكرار المتوقع لطلاب الصف الثانى (موافق) ك‌ق١= ٠,٣٣ × ٢٠٠ = ٦٦

التكرار المتوقع لطلاب الصف الثانى(لا أدرى)ك‌ق٢= ٠,٢٨×٢٠٠ = ٥٦

التكرار المتوقع لطلاب الصف الثانى(غير موافق)ك‌ق٣= ٠,٣٩×٢٠٠= ٧٨

التكرار المتوقع لطلاب الصف الثالث (موافق) =٠,٣٣ ×١٥٠ = ٤٩,٥

التكرار المتوقع لطلاب الصف الثالث (لا أدرى) = ٠,٢٨ × ١٥٠ = ٤٢

التكرار المتوقع لطلاب الصف الثالث(غير موافق)= ٠,٣٩ ×١٥٠ = ٥٨,٥

والجدول التالى يبين التكرارات المتوقعة والتكرارات المشاهدة لاستجابات الطلاب

الصف		موافق	لا أدرى	غير موافق
الأول	كق	٤٩,٥	٤٢	٥٨,٥
	كم	٣٥	٦٠	٥٥
الثانى	كق	٦٦	٥٦	٧٨
	كم	٨٠	٢٠	١٠٠
الثالث	كق	٤٩,٥	٤٢	٥٨,٥
	كم	٥٠	٦٠	٤٠

$$\text{كا}^{٢} = \frac{(٣٥ - ٤٩,٥)^{٢}}{٤٩,٥} + \frac{(٦٠ - ٤٢)^{٢}}{٤٢} + \frac{(٥٥ - ٥٨,٥)^{٢}}{٥٨,٥}$$

$$+ \frac{(٨٠ - ٦٦)^{٢}}{٦٦} + \frac{(٢٠ - ٥٦)^{٢}}{٥٦} + \frac{(١٠٠ - ٧٨)^{٢}}{٧٨}$$

$$+ \frac{(٥٠ - ٤٩,٥)^{٢}}{٤٩,٥} + \frac{(٦٠ - ٤٢)^{٢}}{٤٢} + \frac{(٤٠ - ٥٨,٥)^{٢}}{(٥٨,٥}$$

$$= \frac{(-١٤,٥)^{٢}}{٤٩,٥} + \frac{(١٨)^{٢}}{٤٢} + \frac{(-٣,٥)^{٢}}{٥٨,٥}$$

$$+ \frac{(١٤)^{٢}}{٦٦} + \frac{(-٣٦)^{٢}}{٥٦} + \frac{(٢٢)^{٢}}{٧٨}$$

$$+ \frac{(٠,٥)^{٢}}{٤٩,٥} + \frac{(١٨)^{٢}}{٤٢} + \frac{(١٨,٥)^{٢}}{٥٨,٥}$$

$$= \frac{٢١٠,٢٥}{٤٩,٥} + \frac{٣٢٤}{٤٢} + \frac{١٢,٢٥}{٥٨,٥}$$

$$+ \frac{١٩٦}{٦٦} + \frac{١٢٩٦}{٥٦} + \frac{٤٨٤}{٧٨}$$

$$+ \frac{٠,٢٥}{٤٩,٥} + \frac{٣٢٤}{٤٢} + \frac{٣٤٢,٢٥}{٥٨,٥}$$

= ٢,٩٧+٢٣,١٤ +٦,٤١+٠,٠١ + ٧,٧١ + ٥,٨٥ = ٤٥,٨٩

مثال (١١-١١)

إحسب كا[٢] للاستجابات الناتجة عن سؤال فى الاتجاهات لمجموعة من الطلاب والطالبات والموضحة تكرارات استجاباتهم بالجدول التالى:

الجنس	موافق	لا أدرى	غير موافق
ذكور	٧٠	٢٥	٤٠
إناث	٣٠	٢٠	٢٥

الحـــل

الجنس	موافق	لا أدرى	غير موافق	المجموع
ذكور	٧٠	٢٥	٤٠	١٣٥
إناث	٣٠	٢٠	٢٥	٧٥
المجموع	١٠٠	٤٥	٦٥	٢١٠

التكرارات المتوقعة للذكور:

(موافق) كق١ = $\frac{١٠٠}{٢١٠}$ × ١٣٥ = ٠,٤٨ × ١٣٥ = ٦٤,٨

(لا أدرى) كق٢ = $\frac{٤٥}{٢١٠}$ × ١٣٥ = ٠,٢١ × ١٣٥ = ٢٨,٣٥

(غير موافق) كق٣ = $\frac{٦٥}{٢١٠}$ × ١٣٥ = ٠,٣١ × ١٣٥ = ٤١,٨٥

التكرارات المتوقعة للإناث:

(موافق) ك ق ١ = ٠,٤٨ × ٧٥ = ٣٦

(لا أدرى) ك ق ٢ = ٠,٢١ × ٧٥ = ١٥,٧٥

(غير موافق) ك ق ٢ = ٠,٣١ × ٧٥ = ٢٣,٢٥

والجدول التالى يبين التكرارات المشاهدة والتكرارات المتوقعة

الجنس	موافق	لا أدرى	غير موافق
المتوقع	٦٤,٨	٢٨,٣٥	٤١,٨٥
ذكور المشاهد	٧٠	٢٥	٤٠
المتوقع	٣٦	١٥,٧٥	٢٣,٢٥
إناث المشاهد	٣٠	٢٠	٢٥

$$\text{كا}^{٢} = \frac{(٦٤,٨ - ٧٠)^{٢}}{٦٤,٨} + \frac{(٢٨,٣٥ - ٢٥)^{٢}}{٢٨,٣٥} + \frac{(٤١,٨٥ - ٤٠)^{٢}}{٤١,٨٥}$$

$$+ \frac{(٣٦ - ٣٠)^{٢}}{٣٦} + \frac{(١٥,٧٥ - ٢٠)^{٢}}{١٥,٧٥} + \frac{(٢٣,٢٥ - ٢٥)^{٢}}{٢٣,٢٥}$$

$$= \frac{(٢٥,٢)^{٢}}{٦٤,٨} + \frac{(٣,٣٥-)^{٢}}{٢٨,٣٥} + \frac{(١,٨٥-)^{٢}}{٤١,٨٥}$$

$$+ \frac{(٦-)^{٢}}{٣٦} + \frac{(٤,٢٥)^{٢}}{١٥,٧٥} + \frac{(١,٧٥)^{٢}}{٣٢,٢٥}$$

$$= \frac{٢٧,٠٤}{٦٤,٨} + \frac{١١,٢٢}{٢٨,٣٥} + \frac{٣,٤٢}{٤١,٨٥}$$

$$+ \frac{٣٦}{٣٦} + \frac{١٨,١}{١٥,٧٥} + \frac{٣,١}{٢٣,٢٥}$$

$$= ٠,٤٢ + ٠,٤٠ + ٠,٠٨ + ١ + ١,١٥ + ٠,١٣ = ٣,١٨$$

مثال (١١-١٢)

إحسب كا^{٢} للفروق بين التكرارات للإجابة عن سؤال في استفتاء لثلاثة مجموعات من الشباب الجامعي عن الميل نحو الزواج من الفتاة الجامعية كانت استجاباتهم كما هو مبين في جدول التوزيع التكراري التالي:

المجموعة / الميل	أميل	لا أدري	لا أميل
المجموعة الأولى	٨٠	٢٠	٥٠
المجموعة الثانية	٧٨	١٦	٥٦
المجموعة الثالثة	٤٢	٦٤	٤٤

الحــــل

نعد جدول التكرارات المشاهدة ومجموع كل صف وعمود كما يلي:

جدول التوزيع التكراري التالي:

المجموعة / الميل	أميل	لا أدري	لا أميل	المجموع
المجموعة الأولى	٨٠	٢٠	٥٠	١٥٠
المجموعة الثانية	٧٨	١٦	٥٦	١٥٠
المجموعة الثالثة	٤٢	٦٤	٤٤	١٥٠
المجموع	٢٠٠	١٠٠	١٥٠	٤٥٠

نحسب نسبة تكرار كل استجابة:

(١) نسبة تكرار الاستجابة (أميل) = $\frac{٢٠٠}{٤٥٠}$ = ٠,٤٤

(٢) نسبة تكرار الاستجابة (لا أدري) = $\frac{١٠٠}{٤٥٠}$ = ٠,٢٢

(٣) نسبة تكرار الاستجابة (لا أميل) = $\frac{١٥٠}{٤٥٠}$ = ٠,٣٣

نحسب التكرارات المتوقعة لكل خلية من خلايا جدول التكرارات المشـ
وذلك بضرب نسبة تكرار كل استجابة في مجموع الصف المقابل لها فمثلا

التكرار المتوقع للخلية الأولى (الدين :ميليون فى المجموعة الأولى) هو ١٥٠×٠,٤٤ = ٦٦ وهكذا لبقية الاستجابات فى الصفوف الثلاثة والجدول التالى يبين ناتج حساب التكرارات المتوقعة لاستجابات المجموعات الثلاثة من الطلاب.

جدول التكرارات المتوقعة

المجموعة / الميل	أميل	لا أدرى	لا أميل
المجموعة الأولى	٦٦	٣٣	٤٩,٥
المجموعة الثانية	٦٦	٣٣	٤٩,٥
المجموعة الثالثة	٦٦	٣٣	٤٩,٥

يحسب كا² للفروق بين التكرارت المختلفة

$$\frac{(٤٩,٥ - ٥٠)^٢}{٤٩,٥} + \frac{(٣٣ - ٢٠)^٢}{٣٣} + \frac{(٦٦ - ٨٠)^٢}{٦٦} = كا^٢$$

$$\frac{(٤٩,٥ - ٥٦)^٢}{٤٩,٥} + \frac{(٣٣ - ١٦)^٢}{٣٣} + \frac{(٦٦ - ٧٨)^٢}{٦٦} +$$

$$\frac{(٤٩,٥ - ٤٤)^٢}{٤٩,٥} + \frac{(٣٣ - ٦٤)^٢}{٣٣} + \frac{(٦٦ - ٤٢)^٢}{٦٦} =$$

$$\frac{(٠,٥)^٢}{٤٩,٥} + \frac{(-١٣)^٢}{٣٣} + \frac{(١٤)^٢}{١٦} +$$

$$\frac{(٦,٥)^٢}{٤٩,٥} + \frac{(١٧)^٢}{٣٣} + \frac{(١٢)^٢}{٦٦} =$$

$$\frac{(-٥,٥)^٢}{٤٩,٥} + \frac{(٣١)^٢}{٣٣} + \frac{(٢٤)^٢}{٦٦} +$$

$$+ ٥,٧٣ + ٠,٨٥ + ٥,٧٦ + ٢,١٨ + ٠,٠١ + ٥,١٢ + ٢,٩٧ =$$

$$٢٥.٣٥ = ٠,٦١ + ٢٩,١٢$$

مثال (١١-١٤)

احسب كا² الفروق بين التكرارات للبيانات الموضحة بالجدول التالي:

الجنس	موافق	لا أدري	غير موافق
ذكور	٤٤	١٢	٩
إناث	١٦	٨	١١

الحــــــل

الجنس	موافق	لا أدري	غير موافق	المجموع
ذكور	٤٤	١٢	٩	٦٥
إناث	١٦	٨	١٠	٣٥
المجموع	٦٠	٢٠	٢٠	١٠٠

كق لخلية الذكور (مـــوافق) = $\frac{٦٥ \times ٦٠}{١٠٠}$ = ٣٩

كق لخلية الذكـــور (لا أدرى) = $\frac{٦٥ \times ٢٠}{١٠٠}$ = ١٣

كق لخلية الذكور (غير موافق) = $\frac{٦٥ \times ٢٠}{١٠٠}$ = ١٣

كق لخليـة الإناث (مـوافــق) = $\frac{٣٥ \times ٦٠}{١٠٠}$ = ٢١

كق لخلية الإنــــاث (لا أدرى) = $\frac{٣٥ \times ٢٠}{١٠٠}$ = ٧

كق لخلية الإناث (غير موافق) = $\frac{٣٥ \times ٢٠}{١٠٠}$ = ٧

جدول حساب التكرارات المشاهدة والتكرارات المتوقعة

الجنس	موافق	لا أدري	غير موافق
ذكور	٤٤	١٢	٩
	٣٩	١٣	١٣
إناث	١٦	٨	٧
	٢١	٧	٧

$$\text{كا}^{٢} = \frac{(٤٤ - ٣٩)^{٢}}{٣٩} + \frac{(١٢ - ١٣)^{٢}}{١٣} + \frac{(٩ - ١٣)^{٢}}{١٣}$$

$$+ \frac{(١٦ - ٢١)^{٢}}{٢١} + \frac{(٨ - ٧)^{٢}}{٧} + \frac{(١١ - ٧)^{٢}}{٧}$$

$$= \frac{٢٥}{٣٩} + \frac{١}{١٣} + \frac{٣٦}{١٣}$$

$$+ \frac{٢٥}{٢١} + \frac{١}{٧} + \frac{١٦}{٧}$$

$$= ٠,٦٤٠ + ٠,٠٧٧ + ١,١٩ + ٠,١٤ + ٢,٢٨ = ٧,٠٩٧$$

تمارين على الفصل

(١١-١) أجاب ١٠٠ تلميذ على سؤال فى استبيان وكان تكرار القبول ٧٠ وتكرار الرفض ٣٠ احسب باستخدام $كا^{٢}$ دلالة فروق هذا التكرار عند مستوى ٠,٠٥.

(١١-٢) إحسب $كا^{٢}$ لدلالة الفرق بين استجابات ١٢٠ تلميذ على سؤال فى مقياس للإتجاهات إذا كان تكرار استجابات موافق بشدة ٧٠ وموافق ٢٠ ولا أدرى ١٠ وغير موافق ١٥ وغير موافق مطلقا ٥ عند مستوى الدلالة ٠,٠١.

(١١-٣) إحسب $كا^{٢}$ لجدول التكرارات التالى:

٦٠	٩٠
١٠٠	١١٠

وأوجد دلالة $كا^{٢}$ الناتجة عن مستوى الدلالة ٠,٠٥.

(١١-٤) إحسب $كا^{٢}$ لدلالة فروق النسب المرتبطة التالية:

٣٠	٥٠
٧٠	٥٠

(١١-٥) إذا كان لدينا استجابات مجموعتين من الطلاب والطالبات على سؤال فى الميول العلمية والأدبية وكانت استجاباتهم كما موضح بالجدول التالى:

الجنس	موافق	لا أدرى	غير موافق
ذكور	١٠	٨	٩
إناث	١٢	٢٥	٢٣

إحسب قيمة $كا^{٢}$.

المـــــراجع

(١) إبراهيم وجيه محمود ومحمود عبد الحليم منسى (١٩٨٣). بحوث نفسية وتربوية الإسكندرية: دار المعارف.

(٢) السيد محمد خيرى (١٩٧٥). الإحصاء النفسى التربوى. الرياض: مطبوعات جامعة الرياض رقم (١٣).

(٣) فؤاد البهى السيد (١٩٧٩). علم النفس الإحصائى وقياس العقل البشرى القاهرة: دار الفكر العربى.

(٤) محمد عبد السلام (١٩٦٠). القياس النفسى التربوى. القاهرة: مكتبة النهضة المصرية.

(٥) محمود السيد أبو النيل (١٩٨٠). الإحصاء النفسى والإجتماعى. وبحوث ميدانية تطبيقية. القاهرة: مكتبة الخانجى.

(٦) محمود عبد الحليم منسى (١٩٨٠). مقدمة فى الإحصاء النفسى والتربوى. الإسكندرية: دار المعارف.

(7) Chase, C.I. (1978). Measurement for Educational Evaluation. New York: Addison-Wesley Publishing Company.

(8) Garrett H. (1966). Statistics in Psychology and Education England: Longman.

(9) Hays W.L. (1974). Statistics in Psychology and Education England: Longman.

(10) Kaplan, R.M. and Saccuzz, D.P. (1982). Psychological Testing: principles, Application, Issues. California: Books / Cole publishing Comany.

(11) Kerlinger, F.N. (1965). Foundation of Behavioural Research New York: Reinhart and Winston.

(12) Kerlinger, F.N. & pedhazur E.J. (1973). Multiple Regression in Behavioural Research. New York: Holt, Rinehart & Winston.

(13) Kurtz, A.K. and Mayo, S.T. (1979). Statistical Methos in Education and psychology. New York: Springer-Verlag.

(14) Lewis, D.G. (1971). The Analysis of variance. England: Manchester University press.

(15) Mann, H.B. and Whitney, D.R. (1947). On a Test of Whether one of Two Random variables in statistically larger than the other. Annual of Mathematical Statisitcs. vol 8 PP 52 - 54.

(16) Siegel S. (1956). Nonparametric Statistics New York: McGram-Hill PP 30 - 30.


الملاحق

ملحـــق (١): الإرتفاعـات وَ المسَاحَـــات أسفـل المنحنى الاعتـــدالى

الدرجة المعيارية	المساحة من المتوسط	المساحة الكبرى	المساحة الصغرى	الإرتفاع (ص)
٠,٠٠	٠,٠٠٠٠	٠,٥٠٠٠	٠,٥٠٠٠	٠,٣٩٨٩
٠,٠٥	٠,٥١٩٩	٠,٥١٩٩	٠,٤٨٠١	٠,٣٩٨٤
٠,١٠	٠,٠٣٩٨	٠,٥٣٩٨	٠,٤٦٠٢	٠,٣٩٧٠
٠,١٥	٠,٠٥٩٦	٠,٥٥٩٦	٠,٤٤٠٤	٠,٣٩٤٥
٠.٢٠	٠,٠٧٩٣	٠,٥٧٩٣	٠,٤٢٠٧	٠,٣٩١٠
٠,٢٥	٠,٠٩٨٧	٠,٥٩٨٧	٠,٤٠١٣	٠,٣٨٦٧
٠,٣٠	٠,١١٧٩	٠,١١٧٩	٠,٣٨٢١	٠,٣٨١٤
٠,٣٥	٠,١٣٦٨	٠,٦٣٦٨	٠,٣٦٣٢	٠,٣٧٥٢
٠,٤٠	٠,١٥٥٤	٠,٦٦٥٤	٠,٣٤٤٦	٠,٣٦٨٣
٠,٤٥	٠,١٧٣٦	٠,٦٧٣٦	٠,٣٢٦٤	٠,٣٦٥
٠,٥٠	٠,١٩١٥	٠,٦٩١٥	٠,٣٠٨٥	٠,٣٥٢١
٠,٥٥	٠,٢٠٨٨	٠,٧٠٨٨	٠,١٩١٢	٠,٣٤٢٩
٠,٦٠	٠,٢٢٥٧	٠,٢٢٥٧	٠,٢٧٤٣	٠,٣٣٢٢
٠,٦٥	٠,٢٤٢٢	٠,٧٤٢٢	٠,٢٥٧٨	٠,٣٢٣٠
٠,٧٠	٠,٢٥٨٠	٠,٢٥٨٠	٠,٧٥٨٠	٠,٣١٢٣
٠,٧٥	٠,٢٧٣٤	٠,٧٧٣٤	٠,٢٢٦٦	٠,٣٠١١
٠,٨٠	٠,١٨٨١	٠,٧٨٨١	٠,٢١١٩	٠,٢٨٢٩
٠,٨٥	٠,٣٠٢٣	٠,٣٠٢٣	٠,١٩٧٧	٠,٢٧٨٠
٠,٩٠	٠,٣١٥٩	٠,٨١٥٩	٠,١٨٤١	٠,٢٦٦١
٠,٩٥	٠,٣٢٨٩	٠,٨٢٩٨	٠,١٧١١	٠,٢٥٤١
١,٠٠	٠,٣٤١٣	٠,٨٤٢٣	٠,١٥٨٧	٠,٢٤٢٠
١,٠٥	٠,٣٥٣١	٠,٣٥٣١	٠,٨٥٣١	٠,٢٢٩٩

٠,٢١٧٩	٠,١٣٥٧	٠,٨٦٥٣	٠,٣٦٤٣	١,١٠
٠,٢٠٥٩	٠,١٢٥١	٠,٨٨٤٩	٠,٣٧٤٩	١,١٥
٠,١٩٤٢	٠,١١٥١	٠,٨٧٤٩	٠,٣٨٤٩	١,٢٠
٠,١٨٢٦	٠,١٠٥٦	٠,٨٩٤٤	٠,٣٩٤٤	١,٢٥
٠,١٧١٤	٠,٠٩٦٨	٠,٩٠٣٣	٠,٤٠٣٢	١,٣٠
٠,١٦٠٤	٠,٠٨٨٥	٠,٩١١٥	٠,٤١١٥	١,٣٥
٠,١٤٩٧	٠,٠٨٠٨	٠,٩١٩٢	٠,٤١٩٢	١,٤٠
٠,١٣٩٤	٠,٠٧٥٣	٠,٩٢٦٥	٠,٤٢٦٥	١,٤٥
٠,١٢٩٥	٠,٠٦٦٨	٠,٩٣٣٢	٠,٤٣٣٢	١,٥٠
٠,١٢٠٠	٠,٠٦٠٦	٠,٩٣٩٤	٠,٤٣٩٤	١,٥٥
٠,١١٠٩	٠,٠٥٤٨	٠,٩٤٥٢	٠,٤٤٥٢	١,٦٠
٠,١٠٢٣	٠,٠٤٩٥	٠,٩٥٠٥	٠,٤٥٠٥	١,٦٥
٠,٠٩٤٠	٠,٠٤٤٦	٠,٩٥٥٤	٠,٤٥٥٤	١,٧٠
٠,٠٨٦٣	٠,٠٤٠١	٠,٩٥٩٩	٠,٤٥٩٩	١,٧٥
٠,٠٧٩٠	٠,٠٣٥٩	٠,٩٦٤٠	٠,٤٦٤١	١,٨٠
٠,٠٧٢١	٠,٠٣٢٢	٠,٩٦٧٨	٠,٤٦٧٨	١,٨٥
٠,٠٦٥٦	٠,٠٢٨٧	٠,٩٧١٣	٠,٤٧١٣	١,٩٠
٠,٠٥٩٦	٠,٠٢٥٦	٠,٩٧٤٤	٠,٤٧٤٤	١,٩٥
٠,٠٥٤٠	٠,٠٢٢٨	٠,٩٧٧٢	٠,٤٧٧٢	١,٢٠٠
٠,٠٤٨٨	٠,٠٢٠٢	٠,٩٧٩٨	٠,٤٧٩٨	٢,٠٥
٠,٠٤٤٠	٠,٠١٧٩	٠,٩٨٢١	٠,٤٨٢١	٢,١٠
٠,٠٣٩٥	٠,٠١٥٨	٠,٩٨٤٢	٠,٤٨٤٢	٢,١٥
٠,٠٣٥٥	٠,٠١٢٩	٠,٩٨٦١	٠,٤٨٦١	٢,٢٠
٠,٠٣١٧	٠,٠١٢٢	٠,٩٨٧٨	٠,٤٨٧٨	٢,٢٥

٢,٣٠	٠,٤٨٩٣	٠,٩٨٩٣	٠,٠١٠٧	٠,٠٢٨٣
٢,٣٥	٠,٤٩٠٦	٠٩٩٠٦	٠,٠٠٩٤	٠,٠٢٥٢
٢,٤٠	٠,٤٩١٨	٠,٩٩١٨	٠,٠٠٨٢	٠,٠٢٢٤
٢,٤٥	٠,٤٩٢٩	٠,٩٩٢٩	٠,٠٠٧١	٠,٠١٩٨
٢,٥٠	٠,٤٩٣٨	٠,٩٩٣٨	٠,٠٠٦٢	٠,٠١٧٥
٢,٥٥	٠,٤٩٤٦	٠,٩٩٤٦	٠,٠٠٥٤	٠,٠١٥٤
٢,٦٠	٠,٤٩٥٣	٠,٩٩٥٣	٠,٠٠٤٧	٠,٠١٣٦
٢,٦٥	٠,٤٩٦٠	٠,٩٩٦٠	٠,٠٠٤٠	٠,٠١١٩
٢,٧٠	٠,٤٩٦٥	٠,٩٩٦٥	٠,٠٠٣٥	٠,٠١٠٤
٢,٨٥	٠,٤٩٧٤	٠,٩٩٧٤	٠,٠٠٢٦	٠,٠٠٧٩
٢,٩٠	٠,٤٩٨١	٠,٩٩٨١	٠,٠٠١٩	٠,٠٠٦٠
٣,٠٠	٠,٤٩٨٦٥	٠,٩٩٨٦٥	٠,٠٠١٣٥	٠,٠٠٤٤
٣,١٠	٠,٤٩٩٠٣	٠,٩٩٩٠٣	٠,٠٠٠٩٧	٠,٠٠٣٣
٣,٢٠	٠,٤٩٩٣١	٠,٩٩٩٣١	٠,٠٠٠٦٩	٠,٠٠٢٤
٣,٤٠	٠,٤٩٩٦٦	٠,٩٩٩٦٦	٠,٠٠٠٣٤	٠,٠٠١٢
٣,٦٠	٠,٤٩٩٨٤	٠,٩٩٩٨٤	٠,٠٠٠١٦	٠,٠٠٠٦
٣,٨٠	٠,٤٩٩٩٣	٠,٩٩٩٩٣	٠,٠٠٠٠٧	٠,٠٠٠٣
٤,٠٠	٠,٤٩٩٩٦٨٣	٠,٩٩٩٩٦٨٣	٠,٠٠٠٠٣١٧	٠,٠٠٠١
٤,٥٠	٠,٤٩٩٩٩٦٦	٠,٩٩٩٩٩٦٦	٠,٠٠٠٠٠٣٤	٠,٠٠٠٠١٥
٥,٠٠	٠,٤٩٩٩٩٩٧	٠,٩٩٩٩٩٩٧	٠,٠٠٠٠٠٠٣	٠,٠٠٠٠٠٠١٦
٦,٠٠	٠,٤٩٩٩٩٩٩	٠,٩٩٩٩٩٩٩٩٩	٠,٠٠٠٠٠٠٠٠١	٠,٠٠٠٠٠٠٦٠

ملحـــق (٢): الدلالة الإحصائية لمعامل الإرتباط

درجات الحرية	٠,٠٥	٠,٠١	درجات الحرية	٠,٠٥	٠,٠١
١	٠,٩٩٧	١,٠٠٠	٢٤	٠,٣٨٨	٠,٤٩٦
٢	٠,٩٥٠	٠,٩٩٠	٢٥	٠,٣٨١	٠,٤٨٧
٣	٠,٨٧٨	٠,٩٥٩	٢٦	٠,٣٧٤	٠,٤٧٨
٤	٠,٨١١	٠,٩١٧	٢٧	٠,٣٦٧	٠,٤٧٠
٥	٠,٧٥٤	٠,٨٧٤	٢٨	٠,٣٦١	٠,٤٦٣
٦	٠,٧٠٧	٠,٨٣٤	٢٩	٠,٣٥٥	٠,٤٥٦
٧	٠,٦٦٦	٠,٧٩٨	٣٠	٠,٣٤٩	٠,٤٤٩
٨	٠,٦٣٢	٠,٧٦٥	٣٥	٠,٣٢٥	٠,٤١٨
٩	٠,٦٠٢	٠,٧٣٥	٤٠	٠,٣٠٤	٠,٣٩٣
١٠	٠,٥٧٦	٠,٨٠٧	٤٥	٠,٢٨٨	٠,٣٧٢
١١	٠,٥٥٣	٠,٦٨٤	٥٠	٠,٢٧٣	٠,٣٥٤
١٢	٠,٥٣٢	٠,٦٦١	٦٠	٠,٢٥٠	٠,٣٢٥
١٣	٠,٥٠٤	٠,٦٤١	٧٠	٠,٢٣٢	٠,٣٠٢
١٤	٠,٤٩٧	٠,٦٢٣	٨٠	٠,٢١٧	٠,٢٨٣
١٥	٠,٤٨٢	٠,٦٠٦	٩٠	٠,٢٠٥	٠,٢٦٧
١٦	٠,٤٦٨	٠,٥٩٠	١٠٠	٠,١٩٥	٠,٢٥٤
١٧	٠,٤٥٦	٠,٥٧٥	١٢٥	٠,١٧٤	٠,٢٢٨
١٨	٠,٤٤٤	٠,٥٦١	١٥٠	٠,١٥٩	٠,٢٠٨
١٩	٠,٤٣٣	٠,٥٤٩	٢٠٠	٠,١٣٨	٠,١٨١
٢٠	٠,٤٢٣	٠,٥٢٧	٣٠٠	٠,١١٣	٠,١٤٨
٢١	٠,٤١٣	٠,٥٢٦	٤٠٠	٠,٠٩٨	٠,١٢٨
٢٢	٠,٤٠٤	٠,٥١٥	٥٠٠	٠,٠٨٨	٠,١١٥
٢٣	٠,٢٩٦	٠,٥٠٥	١٠٠٠	٠,٠٦٢	٠,٠٨١

ملحـــــق (٣) جـدوَل قيمة (ف) المقابلة لدرجات الحرّية المختلفة

ن٢	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١١
	١٥ درجات الحريــة											
١	١٦١	٢٠٠	٢١٦	٢٣٣٠	٢٢٤	٣٢٤	٢٣٧	٢٣٩	٢٤١	٢٤٢	٢٤٣	٢٤٤
	٤,٠٥٢	٤,٩٩٩	٥,٤٠٣	٥,٦٢٥	٥,٧٦٤	٥,٨٥٩	٥,٩٢٨	٥,٩٨١	٦,٠٢٢	٦,٠٥٦	٦,٠٨٢	٦,١٠٦
٢	١٨,٥١	١٩,٠٠	١٩,١٦	١٩,٢٥	١٩,٣٠	١٩,٣٦	١٩,٣٧	١٩,٣٨	١٩,٣٨	١٩,٣٩	١٩,٤٠	١٩,٤١
	٩٨,٤٩	٩٩,٠١	٩٩,١٧	٩٩,٢٥	٩٩,٣٠	٩٩,٦٦	٩٩,٣٤	٩٩,٣٦	٩٩,٣٨	٩٩,٤٠	٩٩,٤١	٩٩,٤٢
٣	١٠١٢	٩,٥٥	٩,٢٨	٩,١٢	٩,٠١	٨,٩٤	٨,٨٨	٨,٨٤	٨,٨١	٨,٧٨	٨,٧٦	٨,٧٤
	٣٤١٢	٣٠,٨١	٢٩,٤٦	٢٨,٧١	٢٨,٢٤	٢٧,٩١	٢٧,٦٧	٢٧,٤٩	٢٧,٣٤	٢٧;٢٣	٢٧,١٣	٢٧,٠٥
٤	٧,٧١	٦,٩٤	٦,٥٩	٦,٣٩	٦,٢٦	٦,١٦	٦,٠٩	٦,٠٤	٦,٠٠	٥,٩٦	٥,٩٣	٥,٩١
	٢١,٢٠	١٨,٠٠	١٦,٦٩	١٥,٩٨	١٥,٥٢	١٥,٢١	١٤,٩٨	١٤,٨٠	١٤,٦٦	١٤,٥٤	١٤,٤٥	١٤,٣٧
٥	٦,٦١	٥,٧٩	٥,٤١	٥,١٩	٥,٠٥	٤,٩٥	٤,٨٨	٤,٧٢	٤,٧٨	٤,٧٤	٤,٧٠	٤,٦٨
	١٦,٢٦	١٣,٢٧	١٢,٠٦	١١,٣٩	١٠,٩٧	١٠,٦٧	١٠,٤٥	١٠,٢٧	١٠,١٥	١٠,٠٥	٩,٩٦	٩,٩٨
٦	٥,٩٩	٥,١٤	٤,٧٦	٤,٥٣	٤,٣٩	٤,٢٨	٤,٢١	٤,١٠	٤,١٦	٤,٠٦	٤,٠٣	٤,٠٠
	١٣,٧٤	١٠,٩٢	٩,٧٨	٩,١٥	٨,٧٥	٨,٤٧	٨,٢٦	٨,١٠	٧,٩٨	٧,٨٧	٧,٧٩	٧,٧٢
٧	٩,٥٩	٤,٧٤	٤,٣٥	٤,١٢	٣,٩٧	٣,٨٧	٣,٧٩	٣,٧٣	٣,٦٨	٣,٦٣	٣,٦٠	٣,٥٧
	١٢,٢٥	٩,٥٥	٨,٤٥	٧,٨٥	٧,٦٤	٧,١٩	٧,٠٠	٦,٨٤	٦,٧١	٦,٦٢	٦,٥٤	٦,٤٧

ملحق (٣) جدول قيمة (ف) لدرجات الحرية المختلفة (الأعمدة لدرجات التباين الأكبر) عند مستويات الدلالة ٠,٠٥ العمود العلوى فى كل خانة) و٠,٠١ (العدد السفلى فى كل خانة).

تابع ملحـــق (٣) جـدول قيمة (ف) المقابلة لدرجات الحريّة المختلفة

٨	٥,٣٢	٤,٤٦	٤,٠٧	٣,٨٤	٣,٦٩	٣,٥٨	٣,٥٠	٣,٤٤	٣,٣٩	٣,٣٤	٣,٣١	٣,٢٨
	١١,٢٦	٨,٦٥	٧,٥٩	٧,٠١	٦,٦٣	٦,٣٧	٦,١٩	٦,٠٣	٥,٩٩	٥,٨٢	٥,٧٤	٥,٦٧
٩	٥,١٢	٤,٢٦	٣,٨٦	٣,٦٣	٣,٤٨	٣,٣٧	٣,٢٩	٣,٢٣	٣,١٨	٣,١٣	٣,١٠	٣,٠٧
	١٠,٥٦	٨,٠٢	٦,٩٩	٦,٤٣	٦,٠٦	٥,٨٠	٥,٦٢	٥,٤٧	٥,٣٥	٥,٢٦	٥,١٨	٥,١١
١٠	٤,٩٦	٤,١٠	٣,٧١	٣,٤٨	٣,٣٣	٣,٢٢	٣,١٤	٣,٠٧	٣,٠٢	٢,٩٧	٢,٩٤	٢,٩١
	١٠,٠٤	٧,٥٦	٦,٥٥	٥,٩٩	٥,٦٤	٥,٣٩	٥,٢١	٥,٠٦	٤,٩٥	٤,٨٥	٤,٧٨	٤,٧١
١١	٤,٨٤	٣,٩٨	٣,٥٩	٣,٣٦	٣,٢٠	٩,٠٣	٣,٠١	٢,٩٠	٢,٩٦	٢,٨٦	٢,٨٢	٢,٧٩
	٩,٦٥	٧,٢٠	٦,٢٢	٥,٦٧	٥,٣٢	٥,٠٧	٤,٨٨	٤,٧٤	٤,٦٣	٠,٥٤	٤,٤٦	٤,٤٠
١٢	٤,٧٥	٣,٨٨	٣,٤٩	٣,٢٦	٣,١١	٣,٠١	٢,٩٢	٢,٨٥	٢,٨٠	٢,٧٦	٢,٧٢	٢,٩٦
	٩,٣٣	٦,٩٣	٥,٥٩	٥,٤١	٥,٠٦	٤,٨٢	٤,٦٥	٤,٥٠	٤,٣٩	٤,٣٠	٤,٢٢	٤,١٦
١٤	٤,٦٠	٣,٧٤	٣,٣٤	٣,١١١	٢,٩٦	٢,٨٥	٢,٧٧	٢,٧٠	٢,٦٥	٢,٦٠	٢,٥٦	٢,٥٣
	٨,٨٦	٦,٥١	٥,٥٦	٥,٠٥	٤,٦٩	٤,٤٦	٤,٢٨	٤,١٤	٤,٠٣	٣,٩٤	٣,٨٦	٣,٨٠

تابع ملحـــق (٣) جـدوَل قَيمـة (ف) المقَابَلـة لـدَرجَـات الحرّيـة المختلفَـة

	التبـايـن الأكبـر											
٢ن		٥٠٠	٢٠٠	١٠٠	٧٥	٥٠	٤٠	٣٠	٢٤	٢٠	١٦	١٤
١	٢٥٤	٢٥٤	٢٥٤	٢٥٣	٢٥٣	٢٥٢	٢٥١	٢٥٠	٢٤٩	٢٤٨	٢٤٦	٢٤٥
	٦,٣٦٦	٦,٣٦١	٦,٣٥٢	٦,٣٣٤	٦,٣٢٤	٦,٣٠٢	٦,٢٨٦	٦,٢٥٨	٦,٢٣٤	٦,٢٠٨	٦,١٦٩	٦,١٤٣
٢	١٩,٥١	١٩,٥٠	١٩,٤٩	١٩,٤٩	١٩,٤٩	١٩,٤٨	١٩,٤٧	١٩,٤٦	١٩,٤٥	١٩,٤٤	١٩;٤٣	١٩,٤٢
	٩٩,٥٠	٩٩,٥٠	٩٩,٤٩	٩٩,٤٩	٩٩,٤٩	٩٩,٤٩	٩٩,٤٩	٩٩,٤٨	٩٩,٤٧	٩٩,٤٥	٩٩,٤٤	٩٩,٤٣
٣	٨,٥٣	٨,٥٤	٨,٥٤	٨,٥٦	٨,٥٧	٨,٥٨	٨,٦٠	٨,٦٣	٨,٦٤	٨,٦٦	٨,٦٩	٨,٧١
	٢٦,١٢	٢٦;١٤	٢٦,١٨	٢٦,٢٣	٢٦,٣٧	٢٦,٣٥	٢٦,٤١	٢٦,٥١	٢٦,٦٠	٢٦,٦٩	٢٦,٨٣	٢٦,٩٢
٤	٥,٦٣	٥,٦٤	٥,٦٥	٥,٦٦	٥,٦٨	٥,٧٠	٥,٧١	٥,٧٤	٥,٧٧	٥,٨٠	٥,٨٤	٥,٨٧
	١٣,٤٦	١٣,٤٨	١٣,٥٢	١٣,٥٧	١٢,٦١	١٣,٦٩	١٣,٧٤	١٣,٨٣	١٣,٩٣	١٤,٠٢	١٤,٥	١٤,٢٤
٥	٤,٣٦	٤,٣٧	٤,٣٨	٤,٤٠	٤,٤٢	٤,٤٤	٤,٤٦	٤,٥٠	٤,٥٣	٤,٥٦	٤,٦٠	٤,٦٤
	٩,٠٢	٩,٠٤	٩,٠٧	٩,١٣	٩,١٧	٩,٢٤	٩,٢٩	٩,٣٨	٩,٤٧	٩,٥٥	٩,٦٨	٩,٧٧
٦	٣,٦٧	٣,٦٨	٣,٦٩	٣,٧١	٣,٧٢	٣,٧٥	٣,٧٧	٣,٨١	٣,٨٤	٣,٨٧	٣,٩٢	٣,٩٦
	٦,٨٨	٦,٩٠	٦,٩٤	٦,٩٩	٧,٠٢	٧,٠٩	٧,١٤	٧,٢٢	٧,٢١	٧,٣٩	٧,٥٢	٧,٦٠
٧	٣,٢٣	٣,٢٤	٣,٢٥	٣,٢٨	٣,٢٩	٣,٣٢	٣,٣٤	٣,٣٨	٣,٤١	٣,٤٤	٣,٤٩	٣,٥٢
	٥,٦٥	٥,٦٧	٥,٧٠	٥,٧٥	٤,٧٨	٥,٨٥	٥,٩٠	٥,٩٨	٦,٠٧	٦,١٥	٦,٢٧	٦,٣٥

تابع ملحـــــق (٣) جـدول قيمة (ف) المقابلة للدرجات الحرية المختلفة

٨	٢,٩٣	٢,٩٤	٢,٩٦	٢,٩٨	٢,٠٠	٣,٠٣	٣,٠٥	٣,٠٨	٣,١٢	٣,١٥	٣,٢٠	٣,٣٣
	٤,٨٦	٤,٨٨	٤,٩١	٤,٩٦	٥,٠٠	٥,٠٦	٥,١١	٥,٢٠	٥,٢٨	٥,٣٦	٥,٤٨	٥,٥٦
٩	٢,٧١	٢,٧٢	٢,٧٣	٢,٧٦	٢,٧٧	٢,٨٠	٢,٨٢	٢,٨٦	٢,٩٠	٢,٩٣	٢,٩٨	٣,٠٢
	٤,٣١	٤,٣٣	٤,٣٦	٤,٤١	٤,٤٥	٤,٥١	٤,٥٦	٤,٦٤	٤,٧٣	٤,٨٠	٤,٩٢	٥,٠٠
١٠	٢,٥٤	٢,٥٥	٢,٥٦	٢,٥٩	٢,٦٠	٢,٦٤	٢,٦٧	٢,٧٠	٢,٧٤	٢,٧٧	٢,٨٢	٢,٨٦
	٣,٩١	٣,٩٣	٣,٩٦	٤,٠١	٤,٠٥	٤,١٢	٤,١٧	٤,٣٥	٤,٣٣	٤,٤١	٤,٥٢	٤,٦٠
١١	٢,٤١	٢,٤٢	٢,٤٥	٢,٤٧	٢,٥٠	٢,٥٣	٢,٥٧	٢,٦١	٢,٦١	٢,٦٥	٢,٧٠	٢,٧٤
	٣,٦٠	٣,٦٢	٣,٦٦	٣,٧٠	٣,٧٤	٣,٨٠	٣,٨٦	٣,٩٤	٤,٠٢	٤,١٠	٤,٢١	٤,٢٩
١٢	٢,٣٠	٢,٣١	٢,٣٢	٢,٣٥	٢,٣٦	٢,٤٠	٢,٤٢	٢,٤٦	٢,٥٠	٢,٥٤	٢,٦٠	٢,٦٤
	٣,٣٦	٣,٣٨	٣,٤١	٣,٤٦	٣,٤٩	٣,٥٦	٣,٦١	٣,٧٠	٣,٧٨	٣,٨٦	٣,٩٨	٤,٠٥
١٣	٢,١٣	٢,١٤	٢,١٦	٢,١٩	٢,٢١	٢,٢٤	٢,٢٧	٢,٣١	٢,٣٥	٢,٣٩	٢,٤٤	٢,٤٨
	٣,٠٠	٣,٠٢	٣,٠٦	٣,١١	٣,١٤	٣,٢١	٣,٢٦	٣,٣٤	٣,٤٣	٣,٥١	٣,٦٢	٣,٧٠

تابع ملحق (٣) جدول قيمة (ف) المقابلة لدرجات الحرية المختلفة

٢٥	١٥ درجات الحرية											
	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١١
١٧	٤,٤٥	٣,٥٩	٣,٢٠	٢,٩٦	٢,٨١	٢,٧٠	٢,٦٢	٢,٥٥	٢,٥٠	٢,٤٥	٢,٤١	٢,٣٨
	٨,٤٠	٦,١١	٥,١٨	٤,٦٧	٤,٣٤	٤,١٠	٤,٩٣	٤,٧٩	٤,٦٨	٤,٥٩	٤,٢٥	٤,٤٥
٢٠	٤,٣٥	٣,٤٩	٣,١٠	٢,٨٧	٢,٧١	٢,٦٠	٢,٥٢	٢,٤٥	٢,٤٠	٢,٣٥	٢,٣٢	٢,٢٨
	٨,١٠	٥,٨٥	٤,٩٤	٤,٤٣	٤,١٠	٣,٨٧	٣,٧١	٣,٥٩	٣,٤٥	٣,٣٧	٣,٣٠	٣,٢٣
٢٤	٤,٢٦	٣,٤٠	٣,٠١	٢,٧٨	٢,٦٢	٢,٥١	٢,٤٣	٢,٣٦	٢,٣٠	٢,٢٦	٢,٢٢	٢,١٨
	٧,٨٢	٥,٦١	٤,٧٢	٤,٢٢	٣,٩٠	٣,٦٧	٣,٥٠	٣,٣٦	٣,٢٥	٣,٩٧	٣,٠٩	٣,٠٣
٣٠	٤,١٧	٣,٣٢	٢,٩٢	٢,٦٩	٢,٥٣	٢,٤٢	٢,٣٤	٢,٢٧	٢,٢١	٢,١٦	٢,١٢	٢,٠٩
	٧,٥٦	٥,٣٩	٤,٥١	٤,٥١	٤,٠٢	٣,٧٠	٣,٣٠	٣,١٧	٣,٠٦	٢,٩٨	٢,٩٠	٢,٨٤
٤٠	٤,٠٨	٣,٣٢	٢,٦١	٢,٤٥	٢,٣٤	٢,٢٥	٢,١٨	٢,١٢	٢,٠٧	٢,٠٤	٢,٠٠	
	٧,٣١	٥,١٨	٤,٣١	٣,٨٣	٣,٥٢	٣,٢٩	٣,١٢	٣,٩٩	٢,٨٨	٢,٨٠	٢,٧٣	٢,٦٦
٥٠	٤,٠٣	٣,١٨	٢,٧٩	٢,٥٦	٢,٤٠	٢,٢٩	٢,٢٠	٢,١٣	٢,٠٧	٢,٠٢	١,٩٨	١,٩٥
	٧,١٧	٥,٠٦	٤,٢٠	٣,٧٢	٣,٤١	٣,١٨	٣,٠٢	٢,٨٨	٢,٧٨	٢,٧٠	٢,٦٢	٢,٥٦
٧٠	٣,٩٨	٣,١٣	٢,٧٤	٢,٥٠	٢,٣٥	٢,٢٣	١,١٤	٢,٠٧	٢,٠١	١,٩٧	١,٩٣	١,٨٩
	٧,٠١	٤,٩٢	٤,٠٨	٣,٦٠	٣,٢٩	٣,٠٧	٢,٩١	٢,٧٧	٢,٦٧	٢,٥٩	٢,٥١	٢,٤٥

تابع ملحــق (٣) جــدوَل قَيمـة (ف) المقَـابَلـة لـدَرجَـات الحرّيـة المختلفَـة

١٠٠	٣,٩٤	٣,٠٩	٢,٧٠	٢,٤٦	٢,٣٠	٢,١٩	٢,١٠	٢,٠٢	١,٩٧	١,٩١	١,٨٨	١,٨٥
	٦,٩٠	٤,٨٢	٣,٩٨	٣,٥١	٣,٥١	٣,٣٠	٢,٩٩	٢,٨٢	٢,٥٩	٢,٥١	٢,٤٣	٢,٣٦
١٥٠	٣,٩١	٣,٠٦	٢,٦٧	٢,٤٣	٢,٢٧	٢,١٦	٢,٠٧	٢,٠٠	١,٩٤	١,٨٩	١,٨٥	١,٨٢
	٦,٨١	٤,٧٥	٣,٩١	٣,٤٤	٣,١٤	٢,٩٢	٢,٧٦	٢,٦٢	٢,٥٣	٢,٤٤	٢,٣٧	٢,٣٠
٢٠٠	٣,٨٩	٣,٠٤	٢,٦٥	٢,٤١	٢,٢٦	٢,٤	٢,٠٥	١,٩٨	١,٩٢	١,٨٧	١,٨٣	١,٨٠
	٦,٧٦	٤,٧١	٣,٨٨	٣,٤١	٣,١١	٢,٩٠	٢,٧٣	٢,٦٠	٢,٥٠	٢,٤١	٢,٣٤	٢,٢٨
٤٠٠	٣,٨٦	٣,٠٢	٢,٦٢	٢,٣٩	٢,١٢	٢,٠٣	١,٩٦	١,٩٠	١,٨٥	١,٨١	١,٧٨	
	٦,٧٠	٤,٦٦	٣,٨٣	٣,٣٦	٣,٠٦	٢,٨٥	٢,٦٩	٢,٥٥	٢,٤٦	٢,٣٧	٢,٢٩	٢,٢٣
١٠٠٠	٣,٨٥	٣,٠٠	٢,٦١	٢,٣٨	٢,٢٢	٢,١٠	٢,٠٢	١,٩٥	١,٨٩	١,٨٤	١,٨٠	١,٧٦
	٦,٦٦	٤,٦٢	٣,٨٠	٣,٣٤	٣,٠٤	٢,٨٢	٢,٦٦	٢,٣٥	٢,٤٣	٢,٣٤	٢,٢٦	٢,٢٠
٠	٣,٨٤	٢,٩٩	٢,٦٠	٢,٣٧	٢,٢١	٢,٠٩	٢,٠١	١,٩٤	١,٨٨	١,٨٣	١,٧٩	١,٧٥
	٦,٦٤	٤,٦٠	٣,٧٨	٣,٣٢	٣,٠٢	٢,٧٠	٢,٦٤	٢,٥١	٢,٤١	٢,٣٢	٢,٢٤	٢,١٨
التبايـن الأكبـر												
٢٥	١٤	١٦	٢٠	٢٤	٣٠	٤٠	٥٠	٧٥	١٠٠	٢٠٠	٢٠٠	
١٧	٢,٣٣	٢,٢٩	٢,٢٩	٢,١٥	٢,١١	٢,٠٨	٢,٠٤	٢,٠٢	١,٩٩	١,٩٧	١,٩٦	
	٣,٣٥	٣,٢٧	٣,١٦	٣,٠٨	٣,٠٠	٣,٩٢	٢,٨٦	٢,٧٩	٢,٧٦	٢,٧٠	٢,٦٧	٢,٦٥

تابع ملحــق (٣) جـدول قيمة (ف) المقابلة للدرجات الحرية المختلفة

٢٠	٢,٢٣	٢,١٨	٢,١١	٢,٠٨	٢,٠٤	١,٩٩	١,٩٦	١,٩٢	١,٩٠	١,٨٧	١,٨٥	١,٨٤
	٣,١٣	٣,٠٥	٢,٩٤	٢,٨٦	٢,٧٧	٢,٦٩	٢,٥٦	٢,٥٢	٢,٤٧	٢,٤٤	٢,٤٢	
٢٤	٢,١٣	٢,٠٩	١,٩٨	١,٩٤	١,٨٩	١,٨٦	١,٨٢	١,٨٠	١,٧٦	١,٧٤	١,٧٣	
	٢,٩٣	٢,٨٥	٢,٧٤	٢,٦٦	٢,٥٨	٢,٤٩	٢,٤٤	٢,٣٩	٢,٣٣	٢,٢٧	٢,٢٣	٢,٢١
٣٠	٢,٠٤	١,٩٩	١,٩٣	١,٨٩	١,٨٤	١,٧٩	١,٧٦	١,٧٢	١,٦٩	١,٦٦	١,٦٤	١,٦٢
	٢,٧٤	٢,٦٦	٢,٥٥	٢,٤٧	٢,٣٨	٢,٢٩	٢,٢٤	٢,١٦	٢,١٣	٢,٠٧	٢,٠٣	٢,٠١
٤٠	١,٩٥	١,٩٠	١,٨٤	١,٧٩	١,٧٤	١,٩٦	١,٦٦	١,٦١	١,٥٩	١,٥٥	١,٥٣	١,٥١
	٢,٥٦	٢,٤٩	٢,٣٧	٢,٢٩	٢,٢٠	٢,١١	٢,٠٥	١,٩٧	١,٩٣	١,٨٨	١,٧١	١,٦٨
٥٠	٢,٩٠	١,٩٥	١,٧٨	١,٦٩	١,٦٣	١,٦٠	١,٥٦	١,٥٥	١,٥٣	١,٤٨	١,٤٦	١,٤٤
	٢,٤٦	٢,٣٩	٢,٢٦	٢,١٨	٢,١٠	٢,٠٠	١,٩٤	١,٨٦	١,٨٢	١,٧٦	١,٧١	١,٦٨
٧٠	١,٨٤	١,٧٩	١,٧٢	١,٦٧	١,٦٢	١,٥٦	١,٥٣	١,٤٧	١,٤٥	١,٤٠	١,٣٧	١,٣٥
	٢,٣٥	٢,٢٨	٢,١٥	٢,٠٧	١,٩٨	١,٨٨	١,٨٢	١,٧٤	١,٦٩	١,٦٢	١,٥٦	١,٥٣
١٠٠	١,٧٩	١,٧٥	١,٦٨	١,٦٣	١,٥٧	١,٥١	١,٤٨	١,٤٢	١,٣٩	١,٣٤	١,٣٠	١,٢٨
	٢,٢٦	٢,١٩	٢,٠٦	١,٩٨	١,٨٩	١,٧٩	١,٧٣	١,٦٤	١,٥٩	١,٥١	١,٤٦	١,٤٣
٥٠	١,٧٦	١,٧١	١,٦٤	١,٥٩	١,٥٤	١,٤٧	١,٤٤	١,٣٧	١,٣٤	١,٢٩	١,٢٥	١,٢٢
	٢,٣٠	٢,١٢	٢,٠٠	١,٩١	١,٨٣	١,٧٢	١,٦٦	١,٥٦	١,٥١	١,٤٣	١,٣٧	١,٣٣

ملحـــــق (٤) دلالة (ت) للطرفين وللطرف الواحد

	دلالة الطرفين	٠,١٠	٠,٠٥	٠,٠٢	٠,٠١
	دلالة الطرف الواحد	٠,٠٥	٠,٠٢٥	٠,٠١	٠,٠٠٥
درجات الحرية	١	٦,٣١	١٢,٧١	٣١,٨٢	٦٣,٦٦
	٢	٢,٩٢	٤,٣٠	٦,٩٧	٩,٩٢
	٣	٢,٣٥	٣,١٨	٤,٥٤	٥,٨٤
	٤	٢,١٣	٢,٧٨	٣,٧٥	٤,٦٠
	٥	٢,٠٢	٢,٥٧	٣,٣٧	٤,٠٣
	٦	١,٩٤	٢,٤٥	٣,١٤	٣,٧١
	٧	١,٨٩	٢,٣٦	٣,٠٠	٣,٥٠
	٨	١,٨٦	٢,٣١	٣,٩٠	٣,٣٦
	٩	١,٨٣	٢,٢٦	٢,٧٢	٣,٢٥
	١٠	١,,٨١	٢,٢٣	٢,٧٦	٣,١٧
	١١	١,٨٠	٢,٢٠	٢,٧٢	٣,١١
	١٢	١,٧٨	٢,١٨	٢,٦٨	٢,٠٥
	١٣	١,٧٧	٢,١٦	٢,٦٥	٣,٠١
	١٤	١,٧٦	٢,١٤	٢,٦٢	٢,٩٨
	١٥	١,٧٥	٢,١٣	٢,٦٠	٢,٩٥
	١٦	١,٧٥	٢,١٢	٢,٥٨	٢,٩٢
	١٧	١,٧٤	٢,١١	٢,٥٧	٢,٩٠
	١٨	١,٧٣	٢,١٠	٢,٥٥	٢,٨٨
	١٩	١,٧٣	٢,٠٩	٢,٥٤	٢,٨٦
	٢٠	١,٧٢	٢,٠٩	٢,٥٣	٢,٨٥

تابع ملحق (٣) جدول قيمة (ف) المقابلة لدرجات الحرية المختلفة

١,١٩	١,٢٢	١,٢٦	١,٣٢	١,٣٥	١,٤٢	١,٤٥	١,٥٢	١,٥٧	١,٦٢	١,٦٩	١,٧٤	٢٠٠
١,٢٨	١,٣٣	١,٣٩	١,٤٨	١,٥٣	١,٦٢	١,٦٩	١,٧٩	١,٨٨	١,٩٧	٢,٠٩	٢,٢٧	
١,١٣	١,١٦	١,٢٢	١,٢٨	١,٣٢	١,٣٨	١,٤٢	١,٤٩	١,٥٤	١,٦٠	١,٦٧	١,٧٢	٤٠٠
١,١٩	١,٢٤	١,٣٢	١,٤٢	١,٤٧	١,٥٧	١,٦٤	١,٧٤	١,٨٤	١,٩٢	٢,٠٤	٢,١٢	
١,٠٨	١,١٣	١,١٩	١,٢٦	١,٣٠	١,٣٦	١,٤٢	١,٤٧	١,٥٣	١,٥٨	١,٦٥	١,٧٠	١٠٠٠
١,١١	١,١٩	١,٢٨	١,٣٨	١,٤٤	١,٥٠	١,٦١	١,٧١	١,٨١	١,٨٩	٢,٠١	٢,٠٩	
١,١٠٠	١,١١	١,١٧	١,٢٤	١,٢٨	١,٣٥	١,٤٠	١,٤٦	١,٥٢	١,٥٧	١,٦٤	١,٦٩	
١,٠٠	١,١٥	١,٢٥	١,٣٦	١,٤١	١,٥٢	١,٥٩	١,٦٩	١,٧٩	١,٨٧	١,٩٩	٢,٠٧	

تابع ملحـــــق (٤) دلالة (ت) للطرفين وللطرف الواحد

دلالة الطرفين		٠,١٠	٠,٠٥	٠,٠٢	٠,٠١
دلالة الطرف الواحد		٠,٠٥	٠,٠٢٥	٠,٠١	٠,٠٠٥
درجات الحرية	٢١	١,٧٢	٢,٠٨	٢,٥٢	٣,٨٣
	٢٢	١,٧٢	٢,٠٧	٢,٥١	٢,٨٢
	٢٣	١,٧١	٢,٠٧	٢,٥٠	٢,٨١
	٢٥	١,٧١	٢,٠٦	٢,٤٩	٢,٧٩
	٢٦	١,٧١	٢,٠٦	٢,٤٨	٢,٧٨
	٢٧	١,٧٠	٢,٠٥	٢,٤٧	٢,٧٧
	٢٨	١,٧٠	٢,٠٥	٢,٤٧	٢,٧٦
	٢٩	١,٧٠	٢,٠٥	٢,٤٦	٢,٧٦
	٣٠	١,٧٠	٢,٠٤	٢,٤٦	٢,٧٥
	٣١	١,٧٠	٢,٠٤	٢,٤٥	٢,٧٤
	٣٢	١,٦٩	٢,٠٤	٢,٤٥	٢,٧٤
	٣٣	١,٦٩	٢,٠٣	٢,٤٤	٢,٧٣
	٣٤	١,٦٩	٢,٠٣	٢,٤٤	٢,٧٣
	٣٥	١,٦٩	٢,٠٣	٢,٤٤	٢,٧٢
	٣٦	١,٦٩	٢,٠٣	٢,٤٣	٢,٧٢
	٣٧	١,٦٩	٢,٠٣	٢,٤٣	٢,٧٢
	٣٨	١,٦٩	٢,٠٢	٢,٤٣	٢,٧١
	٣٩	١,٦٨	٢,٠٢	٢,٤٣	٢,٧١
	٤٠	١,٦٨	٢,٠٢	٢,٤٢	٢,٧٠

تابع ملحق (٤) دلالة (ت) للطرفين وللطرف الواحد

دلالة الطرفين		٠,١٠	٠,٠٥	٠,٠٢	٠,٠١
دلالة الطرف الواحد		٠,٠٥	٠,٠٢٥	٠,٠١	٠,٠٠٥
	٥٠	١,٦٨	٢,٠١	٢,٤٠	٢,٦٨
	٦٠	١,٦٧	٢,٠٠	٢,٣٩	٢,٦٦
	٧٠	١,٦٧	١,٩٩	٢,٣٨	٢,٦٥
	٨٠	١,٦٦	١,٩٩	٢,٣٧	٢,٦٣
	٩٠	١,٦٦	١,٩٩	٢,٣٧	٢,٦٣
درجات الحرية					
	١٠٠	١,٦٦	١,٩٨	٢,٣٦	٢,٦٣
	٢٠٠	١,٦٥	١,٩٧	٢,٣٥	٢,٦٠
	٣٠٠	١,٦٥	١,٩٧	٢,٣٤	٢,٥٩
	٤٠٠	١,٦٥	١,٩٧	٢,٣٤	٢,٥٩
	٥٠٠	١,٦٥	١,٩٦	٢,٣٣	٢,٥٩

ملحق (٥): جَدْول قيم كا٢ المقابلة لِنسب الاحتمالات المختلفة

د ح	٠,٩٩	٠,٩٨	٠,٩٥	٠,٩٠	٠,٨٠	٠,٧٠
١	٠,٠٠٠١٥٧	٠,٠٠٠٦٢٨	٠,٠٣٦٣	٠,٠١٥٨	٠,٠٦٤٢	٠,١٤٨
٢	٠,٠٢٠١	٠,٠٤٠٤	٠,١٠٣	٠,٢١١	٠,٤٤٦	٠,٧١٣
٣	٠,١١٥	٠,١٥٨	٠,٣٥٢	٠,٥٨٤	٠,١٠٠٥	١,٤٢٤
٤	٠,٢٩٧	٠,٤٢٩	٠,٧١١	١,٠٦٤	١,٦٤٩	١,١٩٥
٥	٠,٥٥٤	٠,٧٥٢	١,١٤٥	١,٦١٠	٢,٣٤٣	٣,٠٠٠
٦	٠,٨٧٢	١,١٢٤	١,٦٣٥	٢,٢٠٤	٣,٠٧٠	٣,٨٢٨
٧	١,٢٣٩	١,٩٦٤	٢,١٦٧	٢,٨٣٣	٣,٨٢٢	٤,٦٧١
٨	١,٦٤٦	٢,٠٣٢	٢,٧٣١	٣,٤٩٠	٢,٥٩٤	٥,٥٢٧
٩	٢,٠٨٨	٢,٥٣٢	٣,٣٢٥	٤,١٦٨	٥,٣٨٠	٦,٢٩٣
١٠	٢,٥٨٨	٣,٠٥٩	٣,٩٤٠	٤,٨٦٥	٦,١٧٩	٧,٢٦٧
١١	٣,٠٥٣	٢,٦٠٩	٤,٥٧٥	٥,٥٧٨	٦,٩٨٩	٨,١٤٨
١٢	٣,٥٧١	٤,١٧٨	٥,٢٢٦	٦,٣٠٤	٧,٨٠٧	٩,٠٣٤
١٣	٤,١٠٧	٤,٧٦٥	٥,٨٩٢	٦,٠٤٢	٨,٦٤٣	٩,٩٢٦
١٤	٤,٦٦٠	٥,٣٦٨	٦,٥٧١	٧,٧٩٠	٩,٤٦٧	١٠,٨٢١
١٥	٥,٢٢٩	٥,٩٨٥	٧,٢٦١	٧,٥٤٧	١٠,٣٠٧	١١,٧٢١
١٦	٥,٨١٢	٦,٦١٤	٧,٩٦٢	٩,٣١٢	١١,١٥٢	١٢,٦٢٤
١٧	٦,٤٠٨	٧,٢٥٥	٨,٦٧٢	٩,٠٨٥	١٢,٠٠٢	١٣,٥٣٠
١٨	٧,٠١٥	٧,٩٠٩	٩,٣٩٠	١٠,٨٦٥	١٢,٨٥٧	١٤,٤٤٠
١٩	٧,٦٣٣	٨,٥٦٧	١٠,١١٧	١١,٦٥١	١٣,٧١٩	١٥,٣٥٢
٢٠	٨,٢٦٠	٩,٢٢٧	١٠,٨٥١	١٢,٤٤٣	١٤,٥٧٨	١٦,٢٦٦

تابع ملحق (٥) جدول قيم كا^2 المقابلة لنسب الاحتمالات المختلفة

د ح	٠,٩٩	٠,٩٨	٠,٩٥	٠,٩٠	٠,٨٠	٠,٧٠
٢١	٨,٨٩٧	٧,١٩٥	١١,٥٩١	١٣,٢٤٠	١٥,٤٤٥	١٧,١٨٢
٢٢	٩,٥٤٢	١٠,٦٠٠	١٢,٣٣٨	١٤,٠٤١	١٦,٣١٤	١٨,١٠١
٢٣	١٠,١٩٦	١١,٢٩٣	١٣,٠٩١	١٤,٨٤٨	١٧,١٨٧	١٨,٠٢١
٢٤	١٠,٨٥٦	١١,٩٩٢	١٣,٨٤٨	١٥,٦٥٩	١٨,٠٦٢	١٩,٩٤٣
٢٥	١١,٥٢٤	١٢,٦٩٧	١٤,٦١١	١٦,٤٧٣	١٨,٩٤٠	٢٠,٨٦٧
٢٦	١٢,١٩٨	١٣,٤٠٩	١٥,٣٧٩	١٧,٢٩٢	١٩,٨٢٠	٢١,٧٩٢
٢٧	١٣,٨٧٩	١٤,١٢٥	١٦,١٥١	١٨,١١٤	٢٠,٧٠٣	٣٢,٧١٩
٢٨	١٣,٥٦٥	١٤,٨٤٧	١٦,٩٢٨	١٨,٩٣٩	٢١,٥٨٨	٢٣,٦٤٧
٢٩	١٤,٢٥٦	١٥,٥٧٤	١٧,٧٠٨	١٩,٧٦٨	٢٢,٤٧٥	٢٤,٥٧٧
٣٠	١٤,٣٩٥	١٦,٣٠٦	١٨,٤٩٣	٢٠,٥٩٩	٢٣,٣٦٤	٢٥,٥٠٨

تابع ملحق (٥) جدول قيم كا[٢] المقابلة لنسب الاحتمالات المختلفة

د ح	٠,٥٠	٠,٣٠	٠,٢٠	٠,١٠	٠,٥٠	٠,٢٠	٠,٠١
١	٠,٤٥٥	١,٠٧٤	١,٦٤٢	٢,٧٠٦	٣,٨٤١	٥,٤١٢	٦,٦٣٥
٢	١,٨٣٦	٢,٤٠٨	٣,٢١٩	٤,١٠٥	٥,٩٩١	٧,٨٢٤	٩,٢١٠
٣	٢,٣٦٦	٣,٦٦٥	٤,٢٤٢	٦,٢٥١	٧,٨٧٥	٩,٨٣٧	١١,٣٤٥
٤	٣,٣٥٧	٤,٨٧٨	٥,٩٨٩	٧,٧٧٩	٩,٤٨٨	١١,٦٦٨	١٣,٢٧٧
٥	٤,٣٥١	٦,٠٦٤	٧,٢٨٩	٩,٢٣١	١١,٠٧٠	١٣,٣٨٨	١٥,٠٨٦
٦	٥,٣٤٨	٧,٢٣١	٨,٥٥٨	١٠,٦٤٥	١٢,٥٩٢	١٥,٠٣٣	١٦,٦٢٢
٧	٦,٣٤٦	٨,٣٨٣	٩,٨٠٣	١٢,٠٧٦	١٤,٠٦٧	١٦,٦٢٢	١٨,٤٦٥
٨	٧,٣٤٤	٥٢٤'٩	١١,٠٣٠	١٣,٣٦٢	١٥,٥٠٧	١٨,١٦٨	١٠,٠٩٠
٩	٨,٣٤٣	١٠,٦٥٧	١٢,٢٤٢	١٤,٦١٤	١٦,٩١٩	١٩,٦٧٩	٢١,٦٦٦
١٠	٩,٣٤٢	١١,٧٨١	١٣,٤٤٢	١٥,٩٨٧	١٨,٣٠٧	٢١,١٦١	٢٤,٢٠٩
١١	١٠,٣٤١	١٢,٨٩٩	١٤,٦٣١	١٧,٢٧٥	١٩,٦٧٥	٢٢,١١٨	٢٤,٧٢٥
١٢	١١,٣٤٠	١٤,٠١١	١٥,٨١٢	١٨,٥٤٩	٢١,٠٢٦	٢٤,٠٥٤	٢٦,٢١٧
١٣	١٢,٣٤٠	١٥,١١٩	١٦,٩٨٥	١٩,٨١٢	٢٢,٣٦٢	٢٥,٤٧١	٣٧,٦٠٨
١٤	١٣,٣٣٩	١٦,٢٢٢	١٨,١٥١	٢١,٠٦٤	٣٢,٦٨٥	٢٦,٨٧٣	٢٩,١٤١
١٥	١٤,٣٣٩	١٧,٣٢٢	١٩,٢١١	٢٣,٣٠٧	٢٤,٩٩٦	٢٨,٢٥٩	٣٠,٥٧٨
١٦	١٥,٣٣٨	١٨,٤١٨	٢٠,٤٦٥	٢٣,٥٤٢	٢٦,٢٩٦	٢٩,٦٣٣	٣٢,٠٠٠
١٧	١٦,٣٣٨	١٩,٥١١	٢١,٦١٥	٢٤,٧٦٩	٢٧,٥٨٧	٣٠,٩٩٥	٣٣,٤٠٩
١٨	١٧,٣٣٨	٢٠,٦٠١	٢٢,٧٦٠	٢٥,٩٨٩	٢٨,٨٦٩	٣٢,٣٤٦	٣٤,١٠٥
١٩	١٨,٣٣٨	٢١,٦٨٩	٢٣,٩٠٠	٢٧,٢٠٤	٣٠,٠٤٤	٣٣,٦٨٧	٣٦,١٩١
٢٠	١٩,٣٣٧	٢٢,٧٧٥	٢٤,٠٣٨	٢٨,٤١٢	٣١,٤١٠	٣٥,٠٢٠	٣٧,٥٦٦

تابع ملحق (٥) جَدَول قيم كا٢ المقابلة لنسِب الاحتمالات المختلفَة

د ح	٠,٥٠	٠,٣٠	٠,٢٠	٠,١٠	٠,٥٠	٠,٢٠	٠,٠١
٢١	١٩,٣٣٧	٢٢,٧٧٥	٢٤,٠٣٨	٢٨,٤١٢	٣١,٤١٠	٣٥,٠٢٠	٣٧,٥٦٦
٢٢	٢٠,٣٣٧	٢٣,٨٥٨	٢٥,٧١٧	٢٩,٦١٥	٣٢,٦٧١	٣٦,٣٤٣	٣٨,٩٣٢
٢٣	٢١,٣٣٧	٢٤,٩٣٩	٢٧,٣٠١	٣٠,٨١٣	٣٣,٩٢٤	٣٧,٦٥٩	٤٠,٢٩٨
٢٤	٢٣,٣٣٧	٢٧,٠٩٦	٢٩,٥٥٣	٣٣,١٩٦	٢٦,١٩٦	٤٠,٢٧٠	٤٢,٩٨٠
٢٥	٢٤,٣٣٧	٢٨,١٧٢	٣٠,٦٧٥	٣٤,٣٨٢	٣٤,٣٨٢	٤١,٥٦٦	٥٤٤,٣١٤
٢٦	٢٥,٣٣٦	٢٥,٢٤٦	٣١,٧٩٥	٣٥,٥٦٣	٣٥,٥٦٣	٤٢,٨٥٦	٤٥,٦٤٢
٢٧	٢٦,٣٣٦	٣٠,٣١٩	٣٢,٩١٠	٣٦,٧٤١	٤٠,١١٣	٤٤,١٤٠	٤٦,٩٦٣
٢٨	٢٧,٣٣٦	٣١,٣٩١	٣٤,٠٢٧	٣٧,٩١٦	٤١,٣٣٧	٤٥,٤١٩	٤٨,٢٧٨
٢٩	٢٨,٣٣٦	٣٢,٤٦١	٣٥,١٣٩	٣٥,١٣٩	٣٩,٠٨٧	٤٢,٥٥٧	٤٦,٦٩٣
٣٠	٢٩,٣٣٦	٣٣,٥٣٠	٣٦,٢٥٠	٤,٢٢٥٦	٤٣,٧٧٣	٤٧,٨٦٧	٥٠,٨٩٢

ملحق (٦) الدلالة الإحصائيّة لإختبار (ي) عند مستوى ٠,٠٥ للطرفينُ

	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠
١٩	صفر	٢	٤	٧	١٠	١٢	١٥	١٧	٢٠	٢٣	٢٦	٢٨	٣١	٣٤	٣٧	٣٩	٤٢	٤٥	٤٨
١٠	صفر	٣	٥	٨	١١	١٤	١٧	٢٠	٢٣	٢٦	٢٩	٣٣	٣٦	٣٩	٤٢	٤٥	٤٨	٥٣	٥٥
١١	صفر	٣	٦	٩	١٣	١٦	١٩	٢٣	٢٦	٣٠	٣٣	٣٧	٤٠	٤٤	٤٧	٥١	٥٥		٦٢
١٢	١	٤	٧	١١	١٤	١٨	٢٢	٢٦	٢٩	٣٣	٣٧	٤١	٤٥	٤٩	٥٣	٥٧	٦١	٦٥	٦٩
١٣	١	٤	٨	١٢	١٦	٢٠	٢٤	٢٨	٣٣	٣٧	٤١	٤٥	٥٠	٥٤	٥٩	٦٣	٦٧	٧٢	٧٦
١٤	١	٥	٩	١٣	١٧	٢٢	٢٦	٣١	٣٦	٤٠	٤٥	٥٠	٥٥	٥٩	٦٤	٦٧	٧٤	٧٨	٨٣
١٥	١	٥	١٠	١٤	١٩	٢٤	٢٩	٣٤	٣٩	٤٤	٤٩	٥٤	٥٩	٦٤	٧٠	٧٥	٨٠	٨٥	٩٠
١٦	١	٦	١١	١٥	٢١	٢٦	٣١	٣٧	٤٢	٤٧	٥٣	٥٩	٦٤	٧٠	٧٥	٨١	٨٦	٩٢	٩٨
١٧	٢	٦	١١	١٧	٢٢	٢٨	٣٤	٣٩	٤٥	٥١	٥٧	٦٣	٦٧	٧٥	٨٠	٨٧	٩٣	٩٩	١٠٥
١٨	٢	٧	١٢	١٨	٢٤	٣٠	٣٦	٤٢	٤٨	٥٥	٦١	٦٧	٧٤	٨٠	٨٥	٩٣	٩٩	١٠٦	١١٢
١٩	٢	٧	١٣	١٩	٢٥	٣٢	٣٨	٤٥	٥٢	٥٨	٦٥	٧٢	٧٨	٨٥	٩٢	٩٩	١٠٦	١١٣	١١٥
٢٠	٢	٨	١٣	٢٠	٢٧	٣٤	٤١	٤٨	٥٥	٦٢	٦٩	٧٦	٨٣	٩٠	٩٨	١٠٥	١١٢	١١٩	١٢٧

ملحق (٦) جدول للدلالة الإحصائية لقيم حـ في إختبار ولكوكسون عند مستوى ٠,٠٥ دلالة طرفين

ن	حـ	ن	حـ	ن	حـ
٦	١	١٣	١٧	٢٠	٣٢
٧	٢	١٤	٢١	٢١	٥٩
٨	٤	١٥	٢٥	٢٢	٦٦
٩	٦	١٦	٣٠	٢٣	٧٣
١٠	٨	١٧	٣٥	٢٤	٨١
١١	١١	١٨	٤٠	٢٥	٩٠
١٢	١٤	١٩	٤٦		

فهرس المحتويات

